



Pedro Alexandre Barbosa Azinheira

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Análise Cinemática de um Mecanismo para Variação Contínua da Relação de Transmissão

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Alberto José Antunes Marques
Martinho (FCT/UNL, DEMI)

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Manuel Flores Romão de Azevedo Gonçalves Coelho

Vogal: Prof. Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho

Vogal: Prof. Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins

Vogal: Eng. Fernando Manuel Barata Antunes Esteves



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2015



Pedro Alexandre Barbosa Azinheira

Licenciado em Ciências de Engenharia Mecânica

Análise Cinemática de um Mecanismo para Variação Contínua da Relação de Transmissão

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Alberto José Antunes Marques
Martinho (FCT/UNL, DEMI)

Júri:

Presidente: Prof. Doutor António Manuel Flores Romão de Azevedo Gonçalves Coelho

Vogal: Prof. Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho

Vogal: Prof. Doutor Rui Fernando dos Santos Pereira Martins

Vogal: Eng. Fernando Manuel Barata Antunes Esteves



FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Setembro 2015

Análise Cinemática de um Mecanismo para Variação Contínua
da Relação de Transmissão

Copyright ©2015 Pedro Alexandre Barbosa Azinheira

Faculdade de Ciências e Tecnologia

Universidade Nova de Lisboa

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Agradecimentos

Em primeiro lugar, um especial agradecimento ao meu orientador, Professor Doutor Alberto José Antunes Marques Martinho não só pela oportunidade mas também pelos conselhos técnicos e pessoais disponibilizados e que proporcionaram a escrita e conceção desta dissertação. Agradeço todo o apoio e simpatia com que debatemos todas as minhas dúvidas e incertezas e pelo fato de ter sempre a porta aberta para me receber.

Num ambiente mais familiar, um muito obrigado aos meus pais, Carlos e Olinda, por me terem educado desta forma e por terem sempre posto os meus interesses académicos e pessoais à frente dos deles. Esse esforço nunca será esquecido e os frutos começarão a ser visíveis. Um muito obrigado! Agradeço também ao meu irmão, Miguel, pelas conversas que num tom informal e até de brincadeira me levaram a organizar da melhor forma os meus pensamentos. Obrigado também a toda a minha família que sempre me proporcionou e me deu o apoio que precisava, mesmo nas piores alturas da minha vida pessoal, destacando o Bruno, a Andreia e a pequena Leonor.

Uma palavra de apreço e agradecimento aos meus amigos do C.A.L., Fausto, Elisabete, Isaac, Cátia, Carlitos, Mónica, Tiago, Nanci, Gabriel, João, Fernando, André e David, que através da Música me ensinaram a arte de viver e pensar. Um muito obrigado a todos eles e a todos os que fazem parte da verdadeira família C.A.L..

A todos aqueles que cruzaram o meu caminho durante a vida na FCT, destaco o Duarte e o Tomás que durante todo este percurso sempre me deram força para seguir em frente e lutar contra as adversidades. Um muito obrigado, ainda, a todos os colegas e professores.

Por último quero endereçar o meu maior agradecimento à pessoa que nunca duvidou das minhas capacidades e que sempre esteve ao meu lado, a Daniela. Sem ela este trabalho nunca teria existido. Nunca teria tido a oportunidade de partilhar de forma tão constante os meus problemas nem teria tido respostas tão relevantes. Nunca teria tido a paz de alma necessária à organização mental de onde esta dissertação surgiu. Nunca teria tido a força de me levantar nos momentos em que me sentia derrotado se não fosse com o apoio por ela dado. Por tudo isto e muito mais, muitíssimo obrigado por tudo aquilo que me proporcionou e que me permitiu elaborar esta dissertação.

A todos estes e ainda a todos aqueles que de uma forma direta ou indireta me ajudaram na realização desta dissertação, o meu mais sincero obrigado.

Resumo

A presente dissertação destina-se a descrever o funcionamento cinemático de um dispositivo de variação da relação de transmissão e como este pode ser utilizado como tal. Outras soluções encontram-se já estudadas e industrialmente implementadas mas não foram encontrados registos de nenhuma solução idêntica à apresentada nesta dissertação.

Com a crescente preocupação ambiental um pouco por toda a sociedade, há já muito que são estudadas formas de se conseguir aumentar o desempenho, reduzindo o consumo de energia. Diversos estudos foram feitos neste sentido e as transmissões de variação contínua são uma das respostas que estes estudos proporcionaram.

Fundamentalmente foram estudadas duas soluções de montagem deste dispositivo, chamado transmissão de variação contínua manivela-corrediça, uma com um estágio e outra com dois estágios. Foi definida a expressão da relação de transmissão para este dispositivo e foi expressado analítica e graficamente o comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela. Foram ainda definidos indicadores da qualidade que procuram analisar matematicamente o funcionamento e interação das diversas variáveis que compõem a transmissão em estudo. Foi também apresentado o mecanismo roda-livre e como este pode ser usado neste dispositivo.

Para auxiliar o desenvolvimento descrito anteriormente, diversas ferramentas foram utilizadas. Para os cálculos utilizou-se a plataforma *online* Wolfram Alpha e o *software* Matlab 14. As figuras foram modeladas recorrendo ao *software* SolidWorks. Todos os gráficos apresentados foram gerados pelo *software* MatLab 14.

Palavras-chave: Transmissão de variação contínua, TVC, CVT, variador da relação de transmissão, cinemático

Abstract

The intent of this dissertation is to describe the kinematic behavior of a device that varies continuously the gear ratio and how it could be used as a transmission. There are already other solutions studied and applied in the industry but there aren't references of a solution related to the one presented on this dissertation.

Throughout the society there are bigger concerns about the environment and devices which boost the performance and reduce the energy consumption are studied for a long time. Many studies have been made to give an answer to this problem and the continuously variable transmission is one of the many answers.

In this dissertation two different variations of the device, called rod-slide continuously variable transmission, were studied. One variation has one stage and the other two stages. The equations that express the behavior of the gear ratio with the angular position of the rod were defined and some graphics were generated to complement the analytical information. It was also been defined two quality parameters that mathematically analyze the behavior of the variables that interact in this transmission. The freewheel mechanism was presented and his usage in this device was discussed.

To simplify and enhance the development of this device, some software had been used. To the analytical calculation the online platform Wolfram and the software MatLab 14 were used. The figures were modulated using the software SolidWorks and all the graphics were generated with the software MatLab 14.

Keywords: *Continuously variable transmission, CVT, kinematic*

Índice de Conteúdos

1. Introdução.....	1
1.1. Contextualização.....	1
1.2. Motivação e objetivo.....	1
1.3. Estrutura dissertação.....	1
2. Enquadramento.....	3
2.1. Enquadramento histórico	3
2.2. Fundamentação teórica.....	3
2.2.1. TVC por atrito	4
2.2.2. TVC elétrico	7
2.2.3. TVC hidrostática	7
2.3. Vantagens	8
2.4. Desvantagens.....	8
3. TVC manivela-corrediça de um estágio.....	9
3.1. Descrição da transmissão	9
3.1.1. Descrição física	9
3.1.2. Descrição matemática	10
3.2. Exploração de resultados.....	12
3.2.1. Parâmetro geométrico α	12
3.2.2. Indicadores da qualidade, $imáx$ e $\alpha 95\%$	14
3.2.3. Associação em paralelo	18
3.2.4. Associação em série com trem de engrenagens	20
4. TVC manivela-corrediça de dois estágios.....	23
4.1. Descrição da transmissão	23
4.1.1. Descrição física	23
4.1.2. Descrição matemática	25
4.2. Exploração de resultados.....	26
4.2.1. Efeito do desfasamento, φ	26
4.2.2. Efeito do parâmetro geométrico do primeiro estágio, $\alpha 1$	27
4.2.3. Efeito do parâmetro geométrico do segundo estágio, $\alpha 2$	29
4.2.4. Compilação de resultados	30
5. Aplicação industrial	35
6. Considerações Finais	39
6.1. Principais conclusões.....	39
6.2. Sugestões para trabalhos futuros	40
7. Referências Bibliográficas	41

Índice de Figuras

Figura 2.1 - TVC com disco e roda. Adaptado de [3].	4
Figura 2.2 - TVC com cone e roda. Adaptado de [3].	5
Figura 2.3 - TVC toroidal (full-toroidal). Adaptado de [9].	5
Figura 2.4 – Posição da correia para se obter um aumento da velocidade de rotação no veio de saída, em comparação com a velocidade do veio de entrada.	6
Figura 2.5 - Posição da correia para se obter um aumento da velocidade de rotação no veio de saída, em comparação com a velocidade do veio de entrada.	6
Figura 2.6 - TVC com polias de diâmetro variável. Adaptado de [10].	7
Figura 2.7 - Exemplo de TVC hidrostática com swash plates na bomba e no motor hidrostático. Adaptado de [9].	8
Figura 3.1 - Modelo simplificado da TVC de 1 estágio.	9
Figura 3.2 – Diagrama da TVC de 1 estágio.	10
Figura 3.3 - Diagrama cinemático da TVC de 1 estágio.	10
Figura 4.1 - Modelo simplificado da TVC de 2 estágios.	23
Figura 4.2 – Diagrama cinemático da TVC de 2 estágio (3 eixos complanares).	24
Figura 4.3 – Pino de ligação entre primeiro e segundo estágios, em pormenor.	24
Figura 4.4 – Diferença física entre as situações $\varphi = 0$ e $\varphi = \pi$, representadas à esquerda e à direita, respetivamente.	24
Figura 5.1 – Relação aproximada entre o binário transmitido e a velocidade máxima de roda-livre típicos para modelos disponíveis no mercado. Adaptado de [17].	37

Lista de Tabelas

Tabela 5.1 – Tabela descritiva de alguns tipos de mecanismos roda-livre e suas características especiais. Adaptado de [17].	36
Tabela 5.2 – Características mecânicas de alguns tipos de mecanismos roda-livre. Adaptado de [17].....	37

Índice de Gráficos

Gráfico 3.1 - Relação de transmissão em função da posição da manivela, para $a=1.5$, $a=2$, $a=5$, $a=10$ e $a=100$.	12
Gráfico 3.2 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela, para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre.	13
Gráfico 3.3 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela para o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre.	13
Gráfico 3.4 – Comportamento do indicador da qualidade $imáx$ em função de a .	14
Gráfico 3.5 – Comportamento do indicador da qualidade $imáx$ em função de a , com escala logarítmica em ambos os eixos.	15
Gráfico 3.6 - Comportamento do indicador da qualidade $imáx$ em função de a , para $1 < a < 5$.	15
Gráfico 3.7 – Comparação entre o sentido positivo e negativo de montagem do mecanismo roda-livre.	17
Gráfico 3.8 - Comparação entre o sentido positivo e negativo de montagem do mecanismo roda-livre, com eixo horizontal em escala logarítmica.	18
Gráfico 3.9 - Comportamento da TVC no sentido positivo com 17 elementos montados em paralelo, para uma relação de transmissão máxima de 0,45.	19
Gráfico 3.10 - Comportamento da TVC no sentido negativo com 3 elementos montados em paralelo, para uma relação de transmissão máxima de 0,45.	20
Gráfico 4.1 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a1 = a2 = 2$.	27
Gráfico 4.2 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a2 = 2$ e $\varphi = 0^\circ$.	28
Gráfico 4.3 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a2 = 2$ e $\varphi = 180^\circ$.	28
Gráfico 4.4 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a1 = 2$ e $\varphi = 0^\circ$.	29
Gráfico 4.5 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a1 = 2$ e $\varphi = 180^\circ$.	30
Gráfico 4.6 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a1 = 1,5$.	30
Gráfico 4.7 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a1 = 2$.	31
Gráfico 4.8 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a1 = 5$.	31
Gráfico 4.9 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a1 = 10$.	32
Gráfico 4.10 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a1 = 1,5$.	32
Gráfico 4.11 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a1 = 2$.	33
Gráfico 4.12 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a1 = 5$.	33
Gráfico 4.13 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a1 = 10$.	34

Lista de Abreviaturas

TVC – Transmissão de variação contínua
CVT – *Continuously variable transmission*

Simbologia

TVC manivela-corrediça de um estágio

r_1 – Comprimento da manivela
 θ_1 – Ângulo formado entre a manivela e a horizontal
 ω_1 – Velocidade angular da manivela
 L_3 – Comprimento da corrediça
 θ_3 – Ângulo formado entre a corrediça e a horizontal
 ω_3 – Velocidade angular da corrediça
 L – Distância entre os eixos de entrada e saída
 α – Ângulo formado entre a manivela e a corrediça
 a – Parâmetro geométrico ($a = \frac{L}{r_1}$)
 i – Relação de transmissão ($i = \frac{\omega_3}{\omega_1}$)
 $i_{m\acute{a}x}$ – Parâmetro de qualidade referente à relação de transmissão máxima
 $\alpha_{95\%}$ – Parâmetro de qualidade referente ao ângulo formado entre a manivela e a corrediça
 n_{TVC} – Número de mecanismos montados em paralelo

TVC manivela-corrediça de dois estágios

r_1 – Comprimento da manivela do primeiro estágio
 θ_1 – Ângulo formado entre a manivela do primeiro estágio e a horizontal
 ω_1 – Velocidade angular da manivela do primeiro estágio
 L_3 – Comprimento da corrediça do segundo estágio
 θ_3 – Ângulo formado entre a corrediça do segundo estágio e a horizontal
 ω_3 – Velocidade angular da corrediça do segundo estágio
 r_2 – Comprimento da manivela do segundo estágio
 θ_2 – Ângulo formado entre a corrediça do primeiro estágio e a horizontal
 θ'_2 – Ângulo formado entre a manivela do segundo estágio e a horizontal
 ω_2 – Velocidade angular da corrediça do primeiro estágio
 L_1 – Distância entre os eixos de entrada e intermédio
 L_2 – Distância entre os eixos intermédio e de saída
 φ – Desfasamento, em radianos, entre o veio intermédio e a manivela do segundo estágio
 a_1 – Parâmetro geométrico do primeiro estágio ($a_1 = \frac{L_1}{r_1}$)
 a_2 – Parâmetro geométrico do segundo estágio ($a_2 = \frac{L_2}{r_2}$)
 i – Relação de transmissão ($i = \frac{\omega_3}{\omega_1}$)

Introdução

1.1. Contextualização

A palavra transmissão deriva da palavra latina *transmissio*, que significa enviar para ou através de. Neste caso específico, uma transmissão é o mecanismo que recebe a energia vinda do motor e que a envia para o veio de transmissão, [1].

Com o objetivo de melhorar a eficiência dos veículos com motores de combustão, diversas pesquisas foram feitas de forma a desenvolver transmissões que reduzam o consumo de energia de um automóvel, [2]. Este esforço tem sido uma consequência direta da crescente preocupação ambiental, motivada pelas cada vez mais restritas normas de emissões de gases de escape, obrigando a uma maior eficiência energética dos veículos, [2]. As transmissões de variação contínua permitem que o motor de combustão interna funcione num regime de rotação próximo da sua máxima eficiência, permitindo um consumo mais reduzido de combustível.

1.2. Motivação e objetivo

Existem atualmente no mercado diversas soluções para a transmissão de potência mecânica desde a sua fonte até ao elemento que produzirá trabalho. No entanto, não existe uma solução perfeita e completa, pelo que o avanço tecnológico permite que sejam estudadas soluções que encerram em si características que favoreçam a aplicação destes mecanismos nas mais diversas áreas. A transmissão de variação contínua em estudo neste trabalho pretende colmatar as limitações das transmissões deste tipo, pelo que a principal motivação é a de criar um mecanismo com um número reduzido de limitações, de forma a aumentar o seu campo de aplicação e a eficiência global da máquina onde este possa ser instalado.

Assim, o objetivo deste trabalho é analisar cinematicamente uma transmissão de variação contínua inovadora e como esta pode ser usado como uma transmissão, tentando sempre compará-la com o panorama já existente.

1.3. Estrutura dissertação

Esta dissertação encontra-se organizada em 7 capítulos. Os capítulos 1 e 2 referem-se à Introdução e ao Enquadramento, respetivamente. Estes capítulos têm o intuito de apresentar e contextualizar o campo de estudo onde se insere esta dissertação. No capítulo 3 apresenta-se a transmissão de variação contínua manivela-corrediça de um estágio e no capítulo 4 mostra-se a variante de dois estágios. É apresentado e estudada a transmissão de variação contínua manivela-corrediça, com todos os cálculos, considerações e resultados obtidos no estudo cinemático da transmissão. No capítulo 5 refere-se a possibilidade de aplicação industrial da transmissão manivela-corrediça e no capítulo 6 são apresentadas as considerações finais a este trabalho. Para encerrar o documento, no capítulo 7 são apresentadas as referências bibliográficas.

De realçar que ao longo deste trabalho serão utilizados gráficos, como forma de simplificar e clarificar a informação dada pelas expressões matemáticas e pelo texto. De forma a impedir a perda de informação em futuras reproduções, principalmente quando a impressão é feita a preto e branco, todos os gráficos utilizarão não só cores como também diferentes tipos de linha.

Enquadramento

Neste capítulo apresenta-se o tema das transmissões de variação contínua, considerando-se aspetos históricos, teoria de funcionamento e alguns tipos destas transmissões.

No campo das transmissões de variação contínua, existem diversas soluções, cada uma com vantagens e desvantagens, as quais serão discutidas no decorrer deste capítulo.

Uma transmissão de variação contínua é uma transmissão que permite uma gama de relações de transmissão entre duas relações extremas, sem interrupções, ao contrário de uma transmissão com engrenagens, que apenas permite a escolha de um número discreto de relações de transmissão, [3].

2.1. Enquadramento histórico

O primeiro esboço de uma transmissão de variação contínua, adiante referida como TVC, data de 1490 e é da autoria de Leonardo DaVinci, [4]. No entanto, vários anos se passaram até este tipo de mecanismo ter interesse de estudo e aplicação industrial.

A primeira patente sobre TVC foi obtida em 1886, para uma TVC do tipo toroidal, submetida por Daimler-Benz, [5]. Desde esta data que diversos estudos de investigação permitiram que esta tecnologia fosse refinada e melhorada, [6].

Apenas no final da década de 50 do século XX, o construtor automóvel holandês DAF introduziu uma TVC num dos seus automóveis de produção em massa, mas limitações tecnológicas tornaram estas transmissões incapazes de transmitir potências superiores a 100 cv, [4].

No final dos anos 80 e princípio dos anos 90 do século XX, o fabricante japonês Subaru equipou o seu citadino Justy com uma TVC, enquanto outro fabricante nipónico, a Honda, utilizou-a num modelo reconhecido pela fiabilidade, o Honda Civic HX, [4].

No final do século XX e início do século XXI, as TVC sofreram melhoramentos e avanços que permitiram aumentar a potência máxima transmitida, o que permitiu que diversos construtores pudessem oferecer este tipo de transmissão, como por exemplo a Nissan, Audi, Honda e Mitsubishi, [4].

No desporto automóvel, apenas em 1993 uma equipa de Fórmula 1 experimentou equipar um dos seus automóveis com uma TVC, após conseguir construir uma correia capaz de transmitir a potência e o binário produzidos por um motor deste tipo. Após diversos testes, a equipa Williams desistiu da utilização deste tipo de tecnologia, devido à alteração das normas impostas pela FIA, que obrigavam, a partir de 1994, a que as transmissões dos carros de Fórmula 1 tivessem entre quatro e sete relações de transmissão fixas, [7].

2.2. Fundamentação teórica

Sendo vasta a família de transmissões que se consideram TVC, neste subcapítulo apresentam-se os seus tipos mais comuns: por atrito, elétricos e hidráulicos. Outros tipos e variantes de TVC existem, no entanto apenas serão alvo de estudo neste trabalho os que foram considerados mais relevantes.

Comum a todos os tipos de TVC são os três elementos mecânicos base que as constituem: o elemento de entrada de potência, o elemento de saída de potência e o elemento que transfere a potência entre a entrada e a saída, [8]. A forma como estes elementos básicos se comportam dá origem aos tipos de transmissão possíveis e que já foram enunciados anteriormente. Para o correto funcionamento da transmissão é ainda necessário um módulo de controlo, que na maioria das TVC utilizadas em automóveis é electro-hidráulico e, nas aplicações mais simples como nos motociclos de baixa potência e motosserras, por exemplo, é mecânico.

Fazendo um paralelismo com a transmissão que constitui o tema central deste trabalho, esta não se enquadra em nenhum dos tipos que já foram referidos, pois o movimento é transmitido por interferência mecânica, um pouco à semelhança das transmissões por engrenagens.

2.2.1. TVC por atrito

As transmissões de variação contínua por atrito são a solução mais utilizada. Este tipo de transmissão funciona com dois corpos com pontos de contacto que variam a distância aos seus respectivos eixos de rotação. Assim, é possível variar a relação de transmissão pois é alterada a razão entre as distâncias aos eixos do ponto de contacto. Poderá ainda existir um terceiro componente intermédio, normalmente uma roda ou correia, [3].

Neste tipo de TVC, existe dissipação de energia por dois motivos: deformação dos componentes e escorregamento no ponto de contacto. A deformação é onde se perde a maior quantidade de energia e é causada pelas elevadas forças de contacto entre as duas superfícies. Uma forma de minimizar esta perda de energia é utilizando materiais com elevada dureza, para minimizar a deformação quando sujeitos a grandes cargas, mas com elevado coeficiente de atrito. O escorregamento é causado pela área de contacto entre os componentes. Idealmente, existe apenas um ponto de contacto entre as superfícies e, neste caso não existe escorregamento. No entanto, como os componentes sofrem deformações, esta zona de contacto deixa de ser apenas pontual e passa a ser superficial. Assim, o ponto de contacto mais próximo ao eixo percorre uma distância inferior ao ponto mais afastado. Contudo, ambos têm a mesma velocidade linear, pelo que o resultado é uma distorção e consequente escorregamento das extremidades da área de contacto. Uma forma de minimizar esta perda de energia é utilizar um material de levada dureza nos componentes em contacto e que produzem entre si uma superfície de contacto reduzida, [3].

A solução mais simples das TVC por atrito é utilizando um disco e uma roda, no qual a roda assenta na superfície do disco, em rotação. A variação da relação de transmissão é conseguida deslizando a roda na superfície do disco, fazendo com que a distância do ponto de contacto ao centro do disco se altere. Assim, a relação de transmissão deste mecanismo é, simplesmente, a razão entre o raio da roda e a distância do ponto de contacto ao centro do disco, [3].

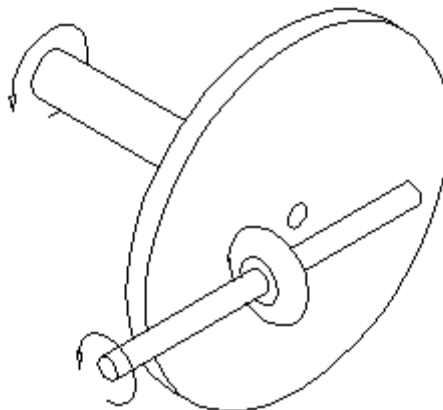


Figura 2.1 - TVC com disco e roda. Adaptado de [3].

Semelhante ao caso anteriormente apresentado é a utilização de um cone e uma roda, no qual o disco é substituído por um cone. A principal vantagem de utilizar um cone em vez de uma roda é a redução do escorregamento entre as superfícies em contato: a redução de raio do cone acompanha a redução do raio na roda e, assim, o escorregamento é menor e por consequência a energia dissipada é menor, [3].

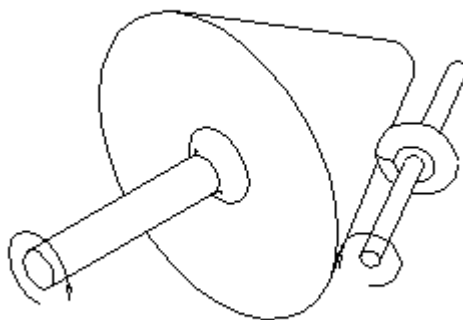


Figura 2.2 - TVC com cone e roda. Adaptado de [3].

Um dos tipos de TVC mais utilizados em aplicações que requerem a transmissão de binários elevados é do tipo toroidal. A TVC toroidal mais simples contém dois discos coaxiais, um de entrada e outro de saída de potência, sendo estes secções de uma toróide. O espaçamento entre os discos é tal que os centros das secções toroidais são coincidentes. Duas ou mais rodas, com raio igual ao raio da secção obtida, são dispostos entre os discos de maneira a que os seus eixos fiquem perpendiculares e intercem os eixos dos discos, [3].

A variação da relação de transmissão é conseguida através do posicionamento angular dos discos: se as rodas estiverem em contato com o disco de entrada perto do seu centro, então as rodas são obrigadas geometricamente a entrar em contato com a extremidade do disco de saída, resultando numa redução da velocidade de saída e num aumento do binário. Quando as rodas estão em contato com a extremidade do disco de entrada, o contrário é verificado. Este tipo de transmissão tem a vantagem de não obrigar as rodas a deslizar num veio, resultando numa solução mais simples e robusta, [3].

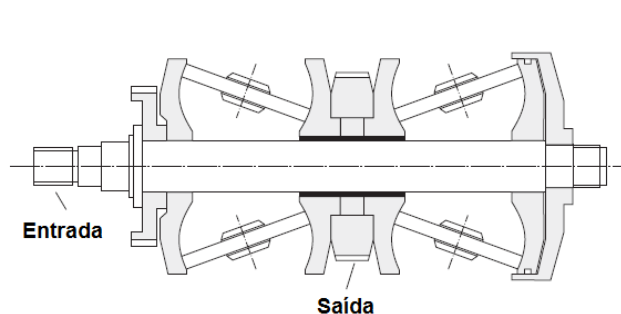


Figura 2.3 - TVC toroidal (full-toroidal). Adaptado de [9].

Este tipo de TVC obriga ao uso de um fluido com características peculiares: elevada resistência ao corte quando está sujeito a alta pressão, transmitindo binário entre a entrada e a saída da transmissão. Quando não está sujeito a pressões elevadas comporta-se como lubrificante, [10]. Assim, as duas superfícies metálicas não entram em contato direto, resultando num aumento da vida útil da transmissão.

Outro tipo de TVC muito utilizado, mas em aplicações com baixo binário transmitido, é a TVC por correia ou *pulley-based CVT*. Este tipo de transmissão é constituído por duas polias que, por sua vez, são constituídas por dois cones, virados um para o outro. As polias estão ligadas por um elemento de transmissão de potência, como uma correia ou corrente, [2].

Estas correias ou correntes podem ser construídas de borracha ou de metal. Regra geral, têm uma secção transversal em forma de V, daí o nome inglês de *V-Belt continuously variable transmission*. Este tipo de secção permite aumentar o atrito entre a correia e as polias e, como consequência, aumentar o binário máximo transmitido pelo mecanismo. As correias de borracha podem sofrer escorregamento e alongamento, reduzindo a sua eficiência. Para colmatar este problema, a solução foi construir as correias utilizando elos de metal, que conferem flexibilidade e elevada resistência à tração. Estas correias metálicas eliminam o escorregamento, permitindo não só a transmissão de binários mais elevados como aumentam a vida útil de todo o mecanismo. São ainda, regra geral, mais silenciosas que as correias de borracha, [8].

A variação da relação de transmissão é conseguida através do ajuste da posição da correia/corrente. Como o perímetro da correia/corrente é constante, se esta estiver na periferia da polia de entrada, terá de tocar a polia de saída junto ao seu eixo e vice-versa. Este comportamento é ilustrado nas figuras 2.4 e 2.5, respetivamente.

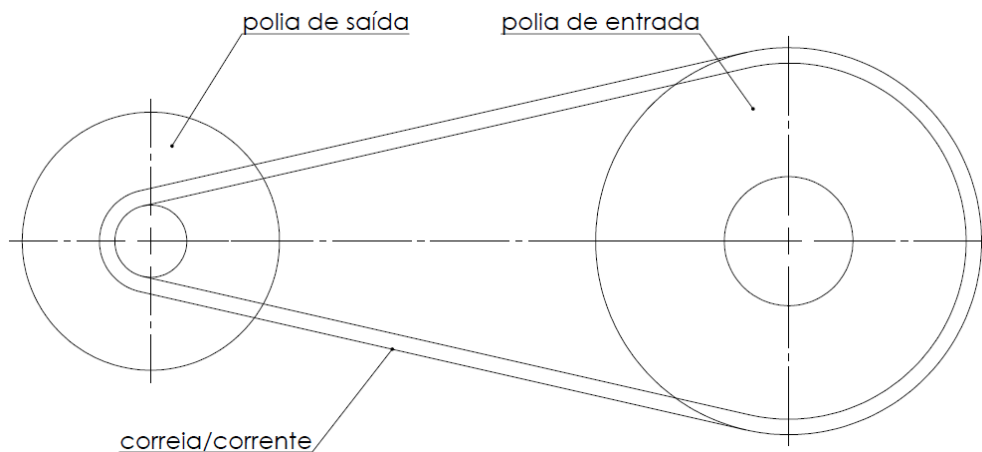


Figura 2.4 – Posição da correia para se obter um aumento da velocidade de rotação no veio de saída, em comparação com a velocidade do veio de entrada.

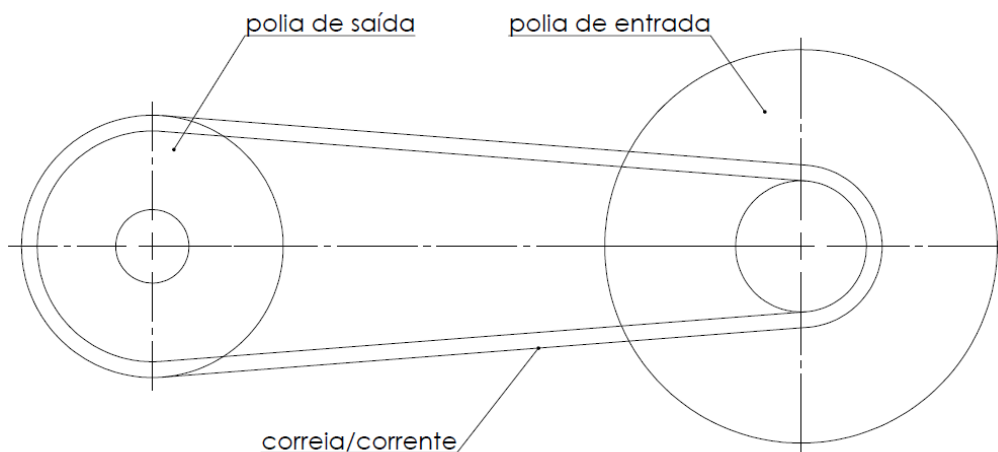


Figura 2.5 - Posição da correia para se obter um aumento da velocidade de rotação no veio de saída, em comparação com a velocidade do veio de entrada.

Este comportamento e simplicidade levou a uma grande variedade de aplicações, não só em automóveis e motocicletas. São utilizadas, a título de exemplo, em mecanismos de perfuração, tratores e motos de neve, [8].

Uma variante do tipo anteriormente descrito são as TVC com polias de diâmetro variável. Neste caso, as polias têm um movimento radial, pois são constituídas por uma série de suportes variáveis, permitindo que o controlo da relação de transmissão seja feito através da alteração do raio da polia. A correia é geralmente fabricada de borracha, à semelhança do caso anterior. Um problema deste tipo de TVC é a elevada distância que separa os suportes quando em relações de transmissão extremas, criando descontinuidades no caminho que a correia percorre, como mostra a figura 2.6. Estas descontinuidades originam escorregamento, pois a área de contato é inferior. Devido a estes defeitos geométricos, e fundamentais, a investigação e desenvolvimento concentrou-se apenas na TVC por correia, [10].

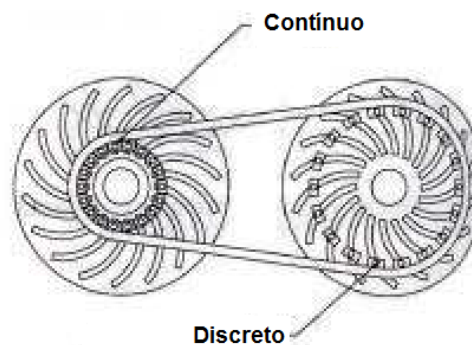


Figura 2.6 - TVC com polias de diâmetro variável. Adaptado de [10].

2.2.2. TVC elétrico

Este tipo de transmissão não contempla os mecanismos convencionais de outras soluções: é constituída apenas por um motor elétrico. Assim, a entrada de energia é elétrica e a relação de transmissão é conseguida através do controlo do próprio motor elétrico. A montante do motor está um gerador, cujo objetivo é produzir energia para o motor elétrico.

Este tipo de solução permite grande flexibilidade de montagem, pois o gerador de potência pode ser colocado a qualquer distância ou orientação em relação ao motor elétrico. Uma grande mais-valia deste tipo de solução é a possibilidade de reaproveitar qualquer excesso de energia, redirecionando-a para baterias, para ser utilizada em situações de maior carga, [3].

No entanto, este arranjo é pesado e ineficiente. Um gerador ou motor típicos apenas atingem 75% a 80% de eficiência, portanto em conjunto atingem uma eficiência de 56% a 64%. Como consequência, este tipo de transmissão apenas é utilizado quando é a única solução que pode ser aplicada, [3].

Exemplos do uso deste tipo de transmissão são locomotivas a *diesel*, alguns navios e, mais recentemente, automóveis híbridos com motor de combustão e elétrico, [3].

2.2.3. TVC hidrostática

Este tipo de transmissão utiliza uma combinação de bombas e ou motores de volume variável, alterando o caudal que alimenta motores hidrostáticos. Pelo menos um dos dispositivos tem de permitir a variação da sua volumetria, [9]. A energia de rotação que entra neste mecanismo faz rodar a bomba hidrostática, convertendo a rotação do veio de entrada em variação de caudal do fluido. Na saída de potência existe um motor hidrostático, que funciona de modo inverso à bomba, transformando a energia contida no fluido em rotação, rodando o veio de saída de potência, [11].

A relação de transmissão deste tipo de mecanismo é controlada pelo caudal de fluido que sai da bomba para o motor. Este caudal é controlado pelo ângulo do *swash plate*. Tanto a bomba como o motor podem ser montados nestes *swash plate*, aumentando assim a flexibilidade da transmissão. Um exemplo de uma TVC com *swash plates* montados na bomba e no motor hidrostático é apresentada na figura 2.7.

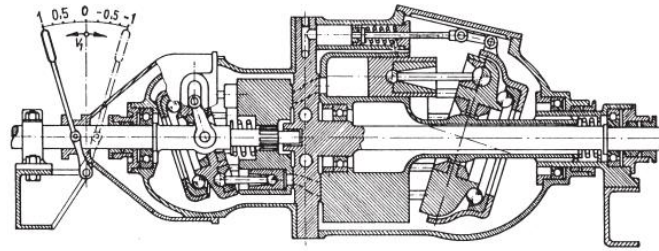


Figura 2.7 - Exemplo de TVC hidrostática com swash plates na bomba e no motor hidrostático. Adaptado de [9].

Por vezes, a TVC hidrostática é combinada com um trem de engrenagens planetárias e embraiagens, criando um sistema híbrido conhecido como transmissão hidromecânica. Estas transmissões transferem potência em três diferentes modos: a baixa rotação a potência é transmitida hidraulicamente, a alta rotação é transmitida mecanicamente e nas velocidades intermédias utiliza ambos os sistemas. As transmissões hidromecânicas são utilizadas em aplicações pesadas, como tratores para a agricultura, [11] e [9].

2.3. Vantagens

Uma transmissão de variação contínua, quando em comparação com os outros tipos de transmissões, aproveita da melhor forma a potência útil do motor, apresenta menor consumo de combustível e uma condução mais suave, [12] e [13]. Isto deve-se ao fato de os motores de combustão interna não funcionarem em condições ótimas ao longo de todas as velocidades de rotação. Como a TVC permite que o motor funcione a regime constante, este pode ser otimizado para uma determinada velocidade de rotação e, assim, o motor funciona no seu regime mais favorável durante significativamente mais tempo. A suavidade é obtida precisamente pelo fato de a relação de transmissão estar continuamente a ser alterada, eliminando as quedas de rotação e a interrupção de potência, típicas do funcionamento dos outros tipos de transmissão. Tudo somado obtemos, teoricamente, um conjunto que tem melhor aceleração e melhor eficiência no consumo de combustível, [13]. As TVC permitem ainda uma largura maior de relações de transmissão, permitindo aumentar ainda mais a eficiência energética do conjunto, [12].

2.4. Desvantagens

A principal desvantagem destas transmissões, no ramo automóvel, está na aceitação dos condutores. Como as TVC permitem que o motor atinja altas rotações a qualquer velocidade, o som proveniente do motor é peculiar, para quem foi acostumado a conviver com transmissões automáticas ou manuais convencionais. A ausência de variação do som produzido pelo motor dá a sensação, para alguns condutores, do veículo ser lento. No entanto, uma TVC acelera, geralmente, de forma mais célere que um veículo equipado com uma transmissão convencional. O fato de nos primórdios as TVC serem aplicadas a veículos de baixa potência e binário, leva alguns condutores a terem receio quanto à sua fiabilidade quando equipada em veículos mais performantes. No entanto, a construtora Nissan tem mais de um milhão de TVC em serviço por todo o globo e afirma que a fiabilidade a longo termo é equiparada às transmissões convencionais, [13].

De modo a aproximar a experiência de condução de uma TVC a uma transmissão convencional, os construtores automóveis têm equipado as suas transmissões com diversos modos de funcionamento: desde simular o efeito *kick-down* das transmissões automáticas a ter modos de condução manual recorrendo a patilhas no volante, um longo caminho foi percorrido pelas TVC para oferecer o melhor de todos os mundos, [13].

TVC manivela-corrediça de um estágio

Neste capítulo serão exploradas as características cinemáticas da TVC manivela-corrediça de um estágio. Os cálculos matemáticos foram realizados com a ajuda da plataforma *online* Wolfram Alpha, disponível em <http://www.wolframalpha.com/>, e do software *Matlab 14*, [14] e [15]. As figuras foram modeladas com recurso ao software *SolidWorks*, [16]. Todos os gráficos foram gerados pelo software *MatLab 14*, [15].

3.1. Descrição da transmissão

3.1.1. Descrição física

A transmissão de variação contínua em estudo é representada, com recurso a um modelo simplificado, na figura 3.2.

O diagrama, apresentado na figura 3.2, representa a transmissão de variação contínua da relação de transmissão. O veio de entrada aciona uma manivela que transmite a energia a uma corrediça, por meio de um elemento deslizante. Entre a corrediça e o veio de saída existe um dispositivo de roda-livre que assegura que o veio só roda num sentido. O controlo da relação de transmissão faz-se através da variação da distância entre os eixos dos veios de entrada e de saída.

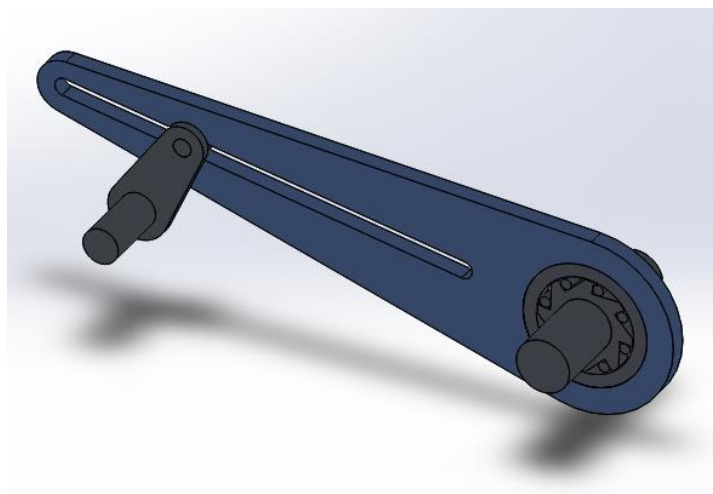


Figura 3.1 - Modelo simplificado da TVC de 1 estágio.

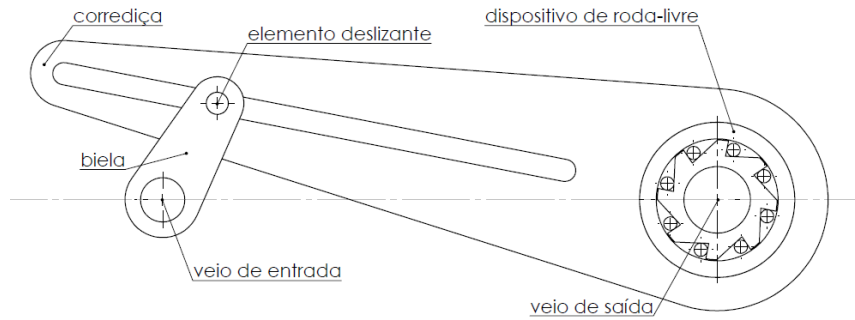


Figura 3.2 – Diagrama da TVC de 1 estágio.

O funcionamento desta transmissão baseia-se na interferência mecânica criada pelo elemento deslizante na corredeira, ao contrário da maioria das transmissões TVC, que funcionam recorrendo ao atrito entre pelo menos duas superfícies.

O veio de entrada ao dar uma volta completa, obriga a corredeira a descrever um arco e a regressar ao ponto onde iniciou o movimento, o que faz com que o veio de saída descreva um arco com metade da amplitude da corredeira, devido à presença do dispositivo roda-livre. A discussão sobre a aplicação da roda-livre em ambiente real será discutida no capítulo 5.

3.1.2. Descrição matemática

Para simplificar e descrever geometricamente o mecanismo, é apresentado o diagrama cinemático da transmissão na figura 3.3.

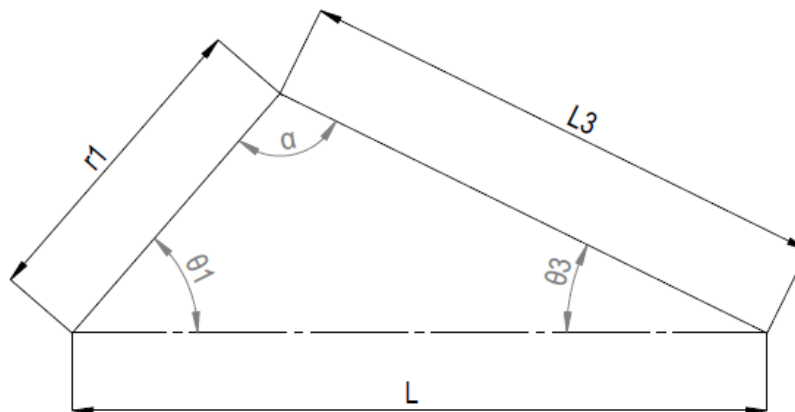


Figura 3.3 - Diagrama cinemático da TVC de 1 estágio.

No diagrama, a manivela tem de comprimento r_1 , sendo este comprimento uma característica do mecanismo, logo o seu comprimento é fixo. Esta dimensão da manivela corresponde à distância entre o eixo do veio de entrada e o eixo do elemento deslizante. A corredeira tem L_3 de comprimento e este varia com a posição angular do mecanismo. Esta dimensão da corredeira corresponde à distância entre o eixo do veio de saída e o eixo do elemento deslizante. A distância entre os eixos de entrada e saída, L , pode variar e é esta que permite a variação da relação de transmissão. No entanto, para efeitos de cálculo neste capítulo, vai ser tomado como constante pois o intuito é estudar o comportamento deste mecanismo para uma relação de transmissão fixa. Os ângulos θ_1 e θ_3 representam, respetivamente, o ângulo formado pela manivela e corredeira com a horizontal. O ângulo α é o ângulo formado pela manivela e corredeira.

Aplicando a lei dos senos, é possível relacionar o comprimento dos lados do triângulo com os seus ângulos.

$$\frac{L}{\sin \alpha} = \frac{r_1}{\sin \theta_3} = \frac{L_3}{\sin \theta_1}$$

Para o caso em estudo, a equação a utilizar é:

$$\frac{r_1}{\sin \theta_3} = \frac{L_3}{\sin \theta_1} \quad (1)$$

Resolvendo a equação (1), obtém-se:

$$\sin \theta_3 = \frac{r_1 \sin \theta_1}{L_3} \quad (2)$$

Pela Trigonometria, consegue-se relacionar L_3 com as restante incógnitas:

$$L_3 \cos \theta_3 = L - r_1 \cos \theta_1$$

De onde se pode concluir:

$$L_3 = \frac{L - r_1 \cos \theta_1}{\cos \theta_3} \quad (3)$$

Substituindo a expressão (3) na expressão (2), é possível tornar a expressão independente de L_3 , resultando:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L - r_1 \cos \theta_1} \right) \quad (4)$$

A equação (4) relaciona o ângulo do veio de saída com as condições de entrada e as características do mecanismo, sendo estas o comprimento e ângulo da manivela e a distância entre os veios de entrada e saída. É, portanto, uma equação fundamental no que respeita ao comportamento angular do mecanismo.

Para se obter relações de velocidades angulares, é necessário derivar a expressão (4), em ordem ao tempo. Efetuando o cálculo, fica-se com:

$$\omega_3 = \frac{d}{dt}(\theta_3) = \frac{1}{1 + \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L - r_1 \cos \theta_1} \right)^2} \frac{(r_1 \sin \theta_1)'(L - r_1 \cos \theta_1) - (r_1 \sin \theta_1)(L - r_1 \cos \theta_1)'}{(L - r_1 \cos \theta_1)^2}$$

Como foi referido anteriormente, para este mecanismo r_1 é constante, pois é uma dimensão característica do mesmo. Assim, a expressão anterior toma a forma:

$$\omega_3 = \frac{1}{1 + \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L - r_1 \cos \theta_1} \right)^2} \frac{(r_1(\theta_1)' \cos \theta_1)(L - r_1 \cos \theta_1) - (r_1 \sin \theta_1)(r_1(\theta_1)' \sin \theta_1)}{(L - r_1 \cos \theta_1)^2}$$

Sabendo que $\frac{d}{dt}(\theta_1) = \omega_1$, tem-se:

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{(r_1 \cos \theta_1)(L - r_1 \cos \theta_1) - (r_1 \sin \theta_1)(r_1 \sin \theta_1)}{\left[1 + \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L - r_1 \cos \theta_1} \right)^2 \right] (L - r_1 \cos \theta_1)^2}$$

Simplificando a expressão obtida, fica-se com:

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{r_1(L \cos \theta_1 - r_1)}{L^2 - 2Lr_1 \cos \theta_1 + r_1^2} \quad (5)$$

A equação (5) relaciona a velocidade do veio de saída com as características geométricas do mecanismo (comprimento da manivela), posição do mecanismo (ângulo da manivela) e distância entre os veios de entrada e saída.

Para uma melhor análise da informação dada pelas expressões calculadas, é conveniente que estas sejam adimensionais, pois o número de variáveis a estudar é mais reduzido. Para tal, define-se um novo parâmetro geométrico, a , que é o quociente entre L e r_1 . Assim, $a = \frac{L}{r_1}$, logo $L = a r_1$. Devido a constrangimentos mecânicos relacionados com o movimento do mecanismo, o comprimento da manivela tem de ser inferior à distância entre os eixos de entrada e saída, o que resulta em $a > 1$. Substituindo o parâmetro a na equação (5), obtém-se:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{r_1(a r_1 \cos \theta_1 - r_1)}{(a r_1)^2 - 2a r_1^2 \cos \theta_1 + r_1^2}$$

De onde se pode concluir:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{a \cos \theta_1 - 1}{a^2 - 2a \cos \theta_1 + 1} \quad (6)$$

Com a equação (6), é possível estudar a relação entre as velocidades angulares de entrada e saída com a posição angular da manivela e o parâmetro geométrico a . Se a relação de transmissão for definida como a razão entre a velocidade de saída e a velocidade de entrada, tem-se $i = \frac{\omega_3}{\omega_1}$ e pode escrever-se:

$$i = \frac{a \cos \theta_1 - 1}{a^2 - 2a \cos \theta_1 + 1} \quad (7)$$

Assim, com a equação (7) a relação de transmissão é relacionada com a posição angular da manivela e com o parâmetro geométrico a . Com esta informação é possível estudar graficamente a variação da relação de transmissão, mantendo o parâmetro geométrico a constante, que será explorado na secção seguinte.

3.2. Exploração de resultados

3.2.1. Parâmetro geométrico a

O parâmetro $a = \frac{L}{r_1}$, é um parâmetro geométrico do mecanismo que representa o quociente entre duas características geométricas: a distância entre os eixos de entrada e saída, L , e o comprimento da manivela, r_1 . De seguida, é apresentado o gráfico 3.1, que relaciona a relação de transmissão com a posição da manivela, para cinco valores distintos de a , sendo estes 1,5, 2, 5, 10 e 100.

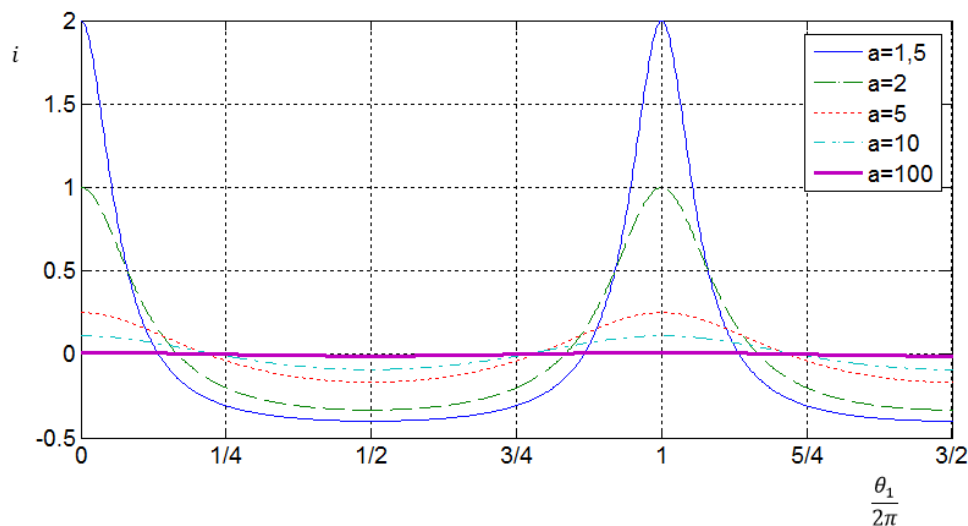


Gráfico 3.1 - Relação de transmissão em função da posição da manivela, para $a=1.5$, $a=2$, $a=5$, $a=10$ e $a=100$.

Analisando o gráfico obtido, conclui-se que este mecanismo tanto pode ser usado como redutor ou como multiplicador de velocidade, pois a relação de transmissão pode tomar valores superiores ou inferiores à unidade, funcionando como multiplicador ou redutor de velocidade. É também possível observar que o comportamento da relação de transmissão é distinto quando esta é positiva ou negativa, algo que será discutido na secção seguinte.

Verifica-se que no mecanismo manivela-corrediça, a amplitude de saída diminui com o aumento do parâmetro geométrico a . Considerando que os mecanismos roda-livre não bloqueiam de imediato logo que ocorre a inversão do sentido de rotação, então o dispositivo manivela-corrediça só será operacional como transmissão para baixos valores do seu parâmetro geométrico a . Este valor dependerá do mecanismo roda-livre utilizado e da sua histerese. No exemplo acima apresentado, para $a = 100$ este mecanismo não é eficaz pois a amplitude de saída é, aproximadamente, nula. Assim, para $a > 100$, o mecanismo deixa de ter interesse quando o objetivo é transmitir movimento ao veio de saída. No entanto, poderão existir aplicações em que este comportamento seja interessante, pois permite um movimento muito preciso do veio de saída, mesmo com grandes amplitudes no movimento do veio de entrada. No entanto, devido às

peculiaridades de aplicação do mecanismo com $a > 100$, esta situação será desprezada nos cálculos seguintes.

Como referido anteriormente, para este mecanismo funcionar como TVC, é necessário a implementação de um dispositivo de roda-livre. A aplicação deste mesmo dispositivo pode originar dois comportamentos distintos: ou é aproveitado o movimento relativo à parte positiva ou à parte negativa da relação de transmissão. Como o sentido de montagem da roda-livre obriga a relação de transmissão a ser positiva ou negativa, define-se sentido positivo de montagem quando esta leva a uma relação de transmissão positiva, e sentido negativo de montagem quando a relação de transmissão é negativa. Este comportamento é evidenciado nos gráficos 3.2 e 3.3.

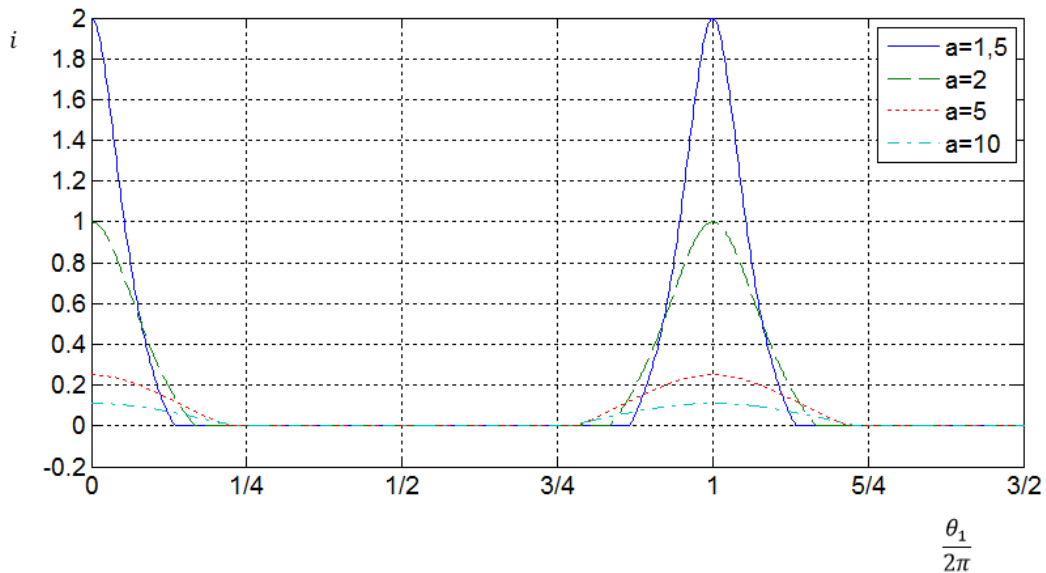


Gráfico 3.2 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela, para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre.

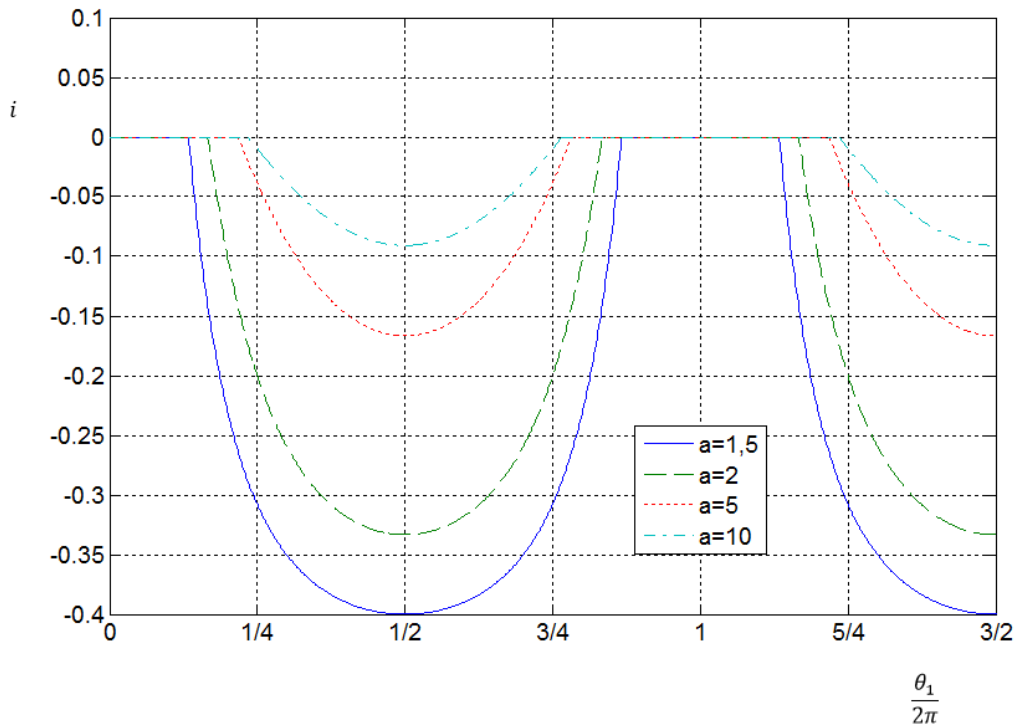


Gráfico 3.3 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela para o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre.

3.2.2. Indicadores da qualidade, $i_{m\acute{a}x}$ e $\alpha_{95\%}$

Para melhor perceber quais as consequências da utilização do mecanismo roda-livre nas duas montagens anteriormente descritas, definem-se dois indicadores da qualidade. Estes dois indicadores têm a finalidade de permitir avaliar, em condições idênticas, qual das duas montagens permite obter a melhor eficiência, do ponto de vista cinemático. Os indicadores da qualidade são o extremo, em módulo, da relação de transmissão, adiante referido apenas como $i_{m\acute{a}x}$, e a amplitude angular que permite obter, no mínimo, 95% da relação de transmissão máxima, $\alpha_{95\%}$. De seguida, são analisados com mais detalhe estes dois indicadores da qualidade, iniciando-se com o extremo, em módulo, da relação de transmissão, $i_{m\acute{a}x}$.

A relação de transmissão é dada através da equação (7), onde se conclui que os extremos da relação de transmissão, $i_{m\acute{a}x}$, ocorrem para $\theta_1 = k\pi$, com $k \in \mathbb{Z}$. Assim, o módulo dos extremos da relação de transmissão é dada por:

$$i_{m\acute{a}x} = \left| \frac{a \cos k\pi - 1}{a^2 - 2a \cos k\pi + 1} \right|, k \in \mathbb{Z}$$

Matematicamente, $\cos k\pi$ com $k \in \mathbb{Z}$ é igual a apenas dois valores distintos, -1 ou 1 . Mecanicamente, estes dois valores dependem do sentido de montagem do mecanismo roda-livre. Para o sentido positivo de montagem, tem-se $\cos k\pi = 1$. Para o sentido negativo de montagem, tem-se $\cos k\pi = -1$. Assim, tendo em conta que $a > 1$, as duas equações que relacionam o módulo do extremo da relação de transmissão com o parâmetro geométrico a são:

$$i_{m\acute{a}x,pos} = \left| \frac{1}{a - 1} \right| = \frac{1}{a - 1} \quad (8)$$

$$i_{m\acute{a}x,neg} = \left| \frac{-1}{a + 1} \right| = \frac{1}{a + 1} \quad (9)$$

Como referido anteriormente, o parâmetro a tem de ser superior à unidade. Tendo este fato em conta, as equações (8) e (9) estão representadas graficamente nos gráficos 3.4 e 3.5, representadas com as cores azul e verde, respetivamente.

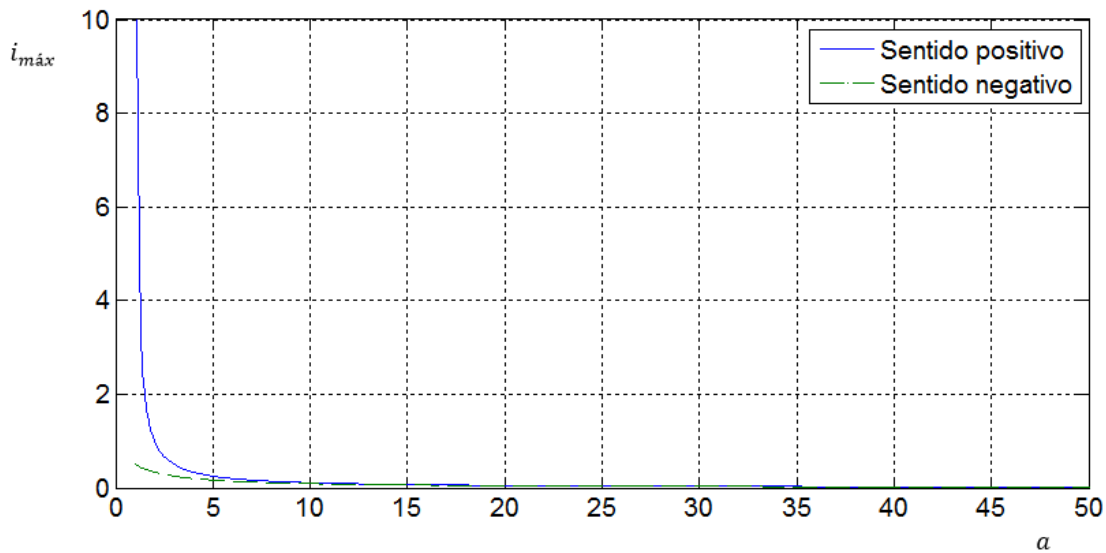


Gráfico 3.4 – Comportamento do indicador da qualidade $i_{m\acute{a}x}$ em função de a .

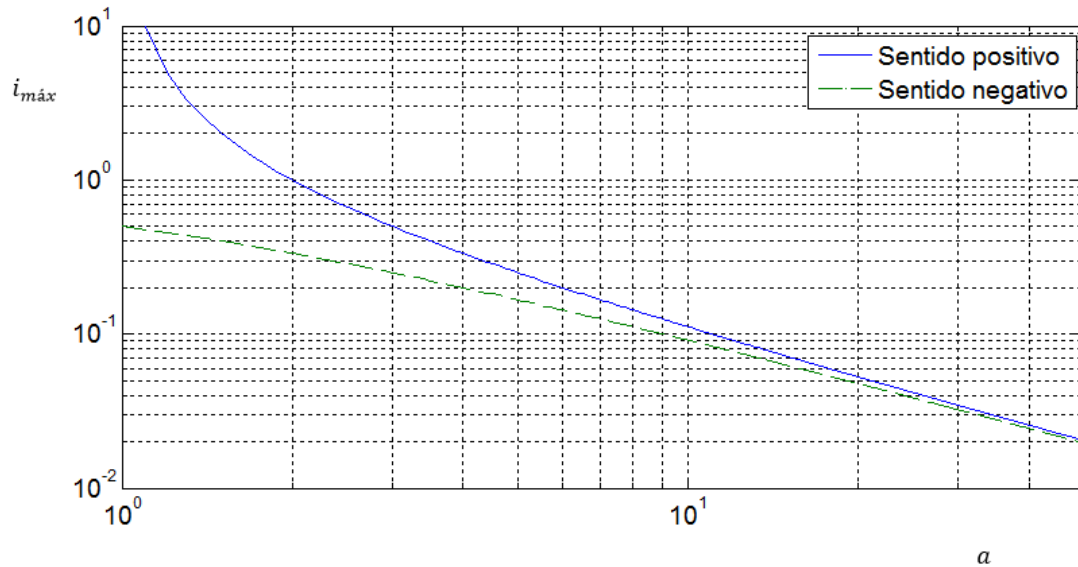


Gráfico 3.5 – Comportamento do indicador da qualidade $i_{máx}$ em função de a , com escala logarítmica em ambos os eixos.

Como é possível observar no gráfico 3.4, para ambos os sentidos de rotação, a relação de transmissão tem como limite zero quando o parâmetro geométrico a tende para ∞ . No entanto, quando o parâmetro geométrico a tende para 1, temos dois comportamentos distintos consoante o sentido de montagem do mecanismo roda-livre: quando montado no sentido positivo, a relação de transmissão máxima tende para ∞ ; quando montado no sentido negativo, a relação de transmissão máxima tende para 0,5. O gráfico 3.6 é uma ampliação do gráfico 3.4, onde apenas se apresentam os valores, em módulo, do máximo da relação de transmissão para $1 < a < 5$, de forma a evidenciar o comportamento acima referido.

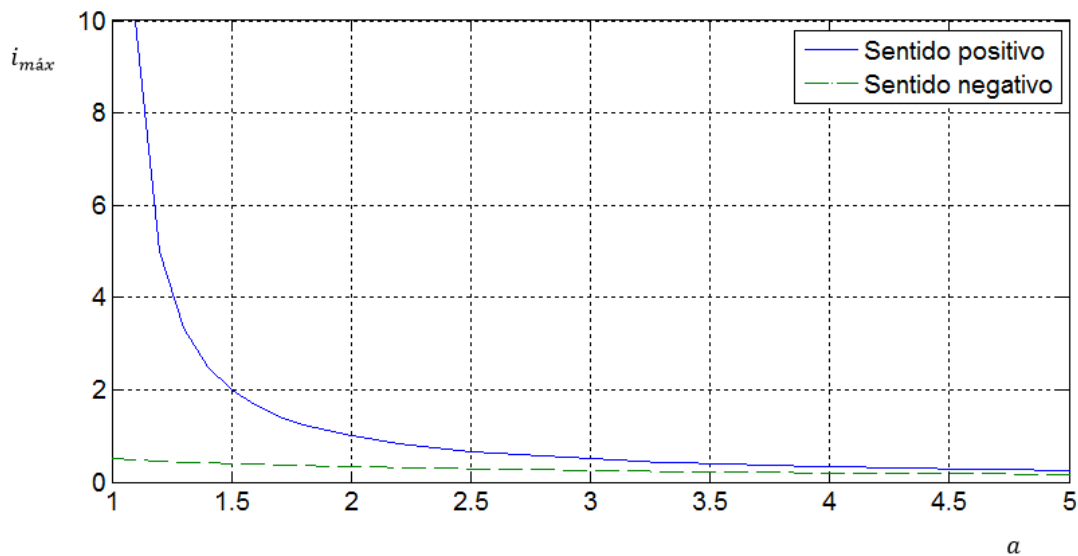


Gráfico 3.6 - Comportamento do indicador da qualidade $i_{máx}$ em função de a , para $1 < a < 5$.

Com esta informação, pode concluir-se que optando pelo sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre é possível obter valores de relação de transmissão não só superiores mas impossíveis de obter caso se opte pelo sentido negativo de montagem. No entanto, do ponto de vista do controlo de toda a TVC, é difícil a implementação de um sistema para uma relação de transmissão elevada, pois para pequenas variações do parâmetro geométrico a , existem grandes variações da relação de transmissão. A vantagem da montagem no sentido negativo do mecanismo roda-livre é permitir uma TVC mais compacta geometricamente, com a desvantagem de ser limitada a relações de transmissão inferiores a 0,5.

O segundo indicador da qualidade a analisar é a amplitude angular que permite obter, no mínimo, 95% da relação de transmissão máxima, $\alpha_{95\%}$. Para efeitos de cálculo, considera-se uma percentagem n , que varia entre 0% e 100%, em vez dos 95% anteriormente definidos. Então, a amplitude angular é α_n . Os ângulos $\theta_{n,a}$ e $\theta_{n,b}$ são os ângulos limites do intervalo de amplitude α_n .

Como discutido anteriormente, o mecanismo tem um comportamento distinto consoante o sentido de montagem da roda-livre é positivo ou negativo. Considerando que o mecanismo roda-livre é montado no sentido positivo, tem-se:

$$i \geq n \cdot i_{m\acute{a}x,pos} \quad (10)$$

Combinando as expressões (7) e (10), obtém-se:

$$\frac{a \cos \theta_{n,pos} - 1}{a^2 - 2a \cos \theta_{n,pos} + 1} \geq n \cdot i_{m\acute{a}x,pos} \quad (11)$$

Resolvendo a inequação (11), fica-se com:

$$\cos \theta_{n,pos} \geq \frac{ni_{m\acute{a}x,pos}(a^2 + 1) + 1}{a + 2ni_{m\acute{a}x,pos}a} \quad (12)$$

Através dos limites do conjunto contido na inequação (12), é possível calcular α_n . Estes limites obtém-se resolvendo a equação (13), que terá duas soluções, $\theta_{n,a}$ e $\theta_{n,b}$.

$$\theta_{n,pos} = \cos^{-1} \frac{ni_{m\acute{a}x,pos}(a^2 + 1) + 1}{a + 2ni_{m\acute{a}x,pos}a} \quad (13)$$

Como o mecanismo roda-livre está montado no sentido positivo, é possível conjugar as expressões (13) e (8), ficando-se com:

$$\theta_{n,pos} = \cos^{-1} \frac{n \left(\frac{a^2 + 1}{a - 1} \right) + 1}{a + 2n \frac{a}{a - 1}} \quad (14)$$

Particularizando a expressão (14) para o indicador da qualidade definido anteriormente, $\alpha_{95\%}$, obtém-se:

$$\theta_{95\%,pos} = \cos^{-1} \frac{0.95 \left(\frac{a^2 + 1}{a - 1} \right) + 1}{a + \frac{1.9a}{a - 1}} \quad (15)$$

Esta equação tem duas soluções, $\theta_{95\%,a}$ e $\theta_{95\%,b}$. Devido ao comportamento da função inversa do cosseno, conclui-se $\theta_{95\%,a} = -\theta_{95\%,b}$. Adicionalmente, o máximo da relação de transmissão ocorre na interceção com o eixo vertical, pelo que a amplitude $\alpha_{95\%}$ é calculada através de:

$$\alpha_{95\%,pos} = \theta_{95\%,a} - \theta_{95\%,b} = 2\theta_{95\%,a} \quad (16)$$

Combinando as expressões (15) e (16), é possível obter a equação que permite calcular o indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$.

$$\alpha_{95\%,pos} = 2 \cos^{-1} \frac{0.95 \left(\frac{a^2 + 1}{a - 1} \right) + 1}{a + \frac{1.9a}{a - 1}} \quad (17)$$

Se o mecanismo roda-livre estiver montado no sentido negativo, tem-se:

$$i \leq n \cdot i_{m\acute{a}x,neg} \quad (18)$$

Combinando as expressões (7) e (18), obtém-se:

$$\frac{a \cos \theta_{n,neg} - 1}{a^2 - 2a \cos \theta_{n,neg} + 1} \leq n \cdot i_{m\acute{a}x,neg} \quad (19)$$

Resolvendo a inequação (19), fica-se com:

$$\cos \theta_{n,neg} \leq \frac{ni_{m\acute{a}x,neg}(a^2 + 1) + 1}{a + 2ni_{m\acute{a}x,neg}a} \quad (20)$$

Através dos limites do conjunto contido na inequação (20), é possível calcular α_n . Estes limites obtêm-se resolvendo a equação (21), que terá duas soluções, $\theta_{n,a}$ e $\theta_{n,b}$.

$$\theta_{n,neg} = \cos^{-1} \frac{ni_{máx,neg}(a^2 + 1) + 1}{a + 2ni_{máx,neg}a} \quad (21)$$

Como o mecanismo roda-livre está montado no sentido negativo, é possível conjugar as expressões (21) e (9), ficando-se com:

$$\theta_{n,neg} = \cos^{-1} \frac{1 - n \left(\frac{a^2 + 1}{a + 1} \right)}{a - 2n \frac{a}{a + 1}} \quad (22)$$

Particularizando a expressão (22) para o indicador da qualidade definido anteriormente, $\alpha_{95\%}$, obtêm-se:

$$\theta_{95\%,neg} = \cos^{-1} \frac{1 - 0,95 \left(\frac{a^2 + 1}{a + 1} \right)}{a - \frac{1,9a}{a + 1}} \quad (23)$$

A equação (23) tem duas soluções, $\theta_{95\%,a}$ e $\theta_{95\%,b}$. Para este caso, a relação de transmissão máxima, em módulo, ocorre para $\theta_1 = \pi$, pelo que $\alpha_{95\%} = 2(\pi - \theta_{95\%,a})$. Assim, é possível obter a equação que nos retorna o indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$:

$$\alpha_{95\%,neg} = 2(\pi - \theta_{95\%,a}) = 2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{0,95 \left(\frac{a^2 + 1}{a + 1} \right) + 1}{a + \frac{1,9a}{a + 1}} \right) \quad (24)$$

Os gráficos 3.7 e 3.8 mostram a diferença de comportamento do indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$ para os dois casos possíveis: sentido positivo ou negativo de montagem do mecanismo roda-livre.

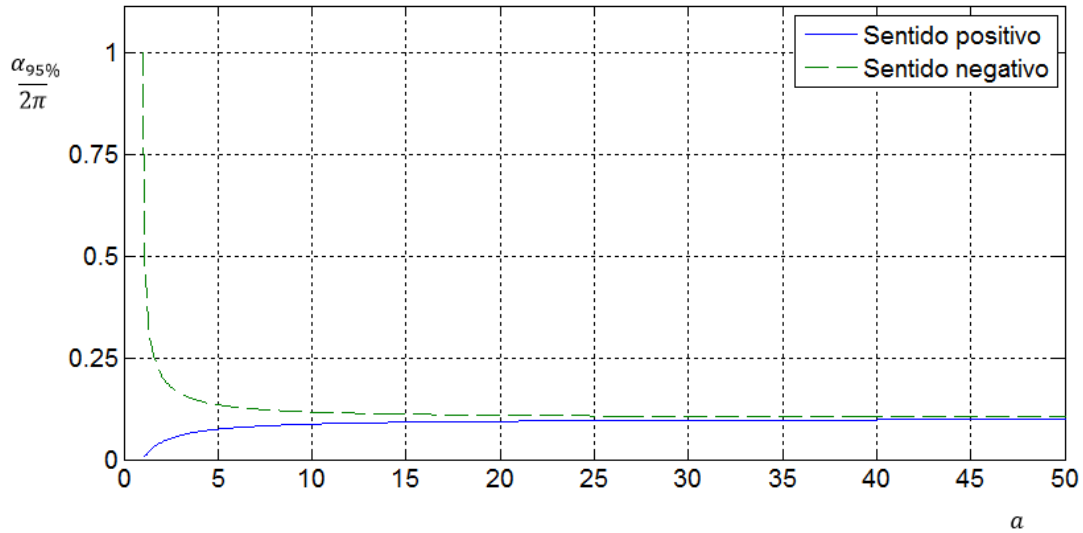


Gráfico 3.7 – Comparação entre o sentido positivo e negativo de montagem do mecanismo roda-livre.

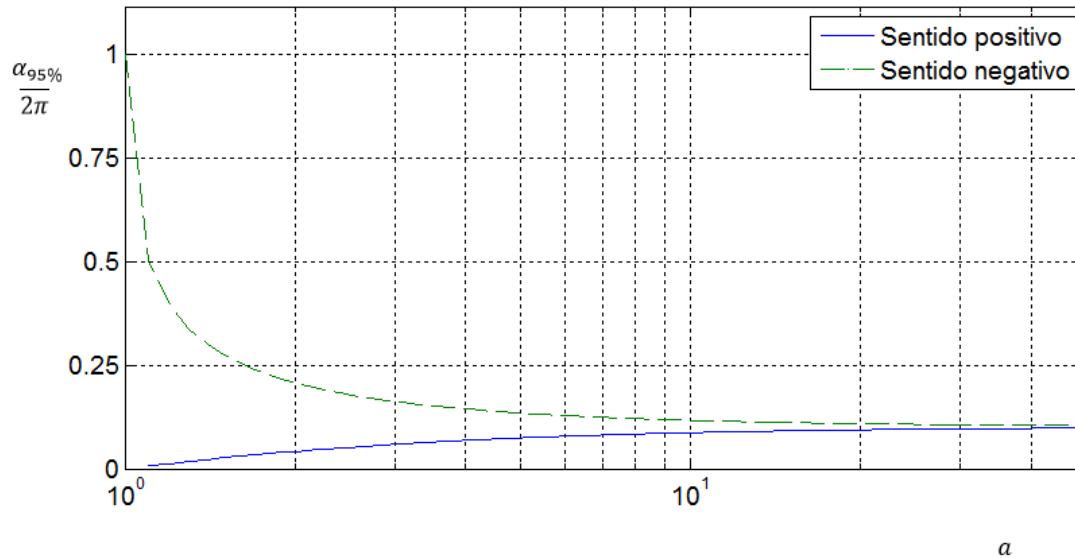


Gráfico 3.8 - Comparação entre o sentido positivo e negativo de montagem do mecanismo roda-livre, com eixo horizontal em escala logarítmica.

Analisando a informação obtida através dos gráficos 3.7 e 3.8, conclui-se que em ambas as situações, quando o parâmetro geométrico a tende para ∞ , $\alpha_{95\%}$ tem como limite o valor 0,635121. Já quando a se aproxima de 1, por valores superiores, $\alpha_{95\%}$ tem dois comportamentos distintos: para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre, $\alpha_{95\%}$ aproxima-se de 0, já para o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre, $\alpha_{95\%}$ aproxima-se de 2π .

Assim, para este indicador da qualidade, é favorável a implementação de um mecanismo em que a roda-livre esteja montada no sentido negativo, pois $\alpha_{95\%}$ é superior nesta situação, quando comparado com a montagem da roda-livre no sentido positivo.

Com a análise conjunta dos dois indicadores da qualidade, pode concluir-se que o sentido negativo de montagem é mais eficaz, nas situações em que é possível ser aplicado. A montagem neste sentido permite uma TVC mais compacta e simples de implementar. No entanto, possui uma gama de aplicações mais reduzida, pois a relação de transmissão é limitada a 0,5. Esta desvantagem pode ser colmatada com a implementação um sistema que permita alterar a relação de transmissão final, como um trem de engrenagens cilíndricas, com uma relação de transmissão fixa, ligadas ao veio de saída da TVC.

Conclui-se, então, que os dois sentidos de montagem do mecanismo roda-livre apresentam vantagens e desvantagens e que nenhum é evidentemente superior ao outro, pelo que é importante estudar cuidadosamente todas as restrições da aplicação onde se pretende implementar a TVC, antes de ser tomada a decisão do sentido de montagem do mecanismo roda-livre.

3.2.3. Associação em paralelo

Para a TVC em estudo neste trabalho poder funcionar como transmissão, é necessário que a relação de transmissão seja constante, o que não acontece nos exemplos até agora apresentados. Para tal é necessário a aplicação de um mecanismo roda-livre, apresentado em mais pormenor no capítulo 5, e efetuar uma montagem em paralelo de várias TVC, com um certo desfasamento, de modo a apenas uma estar a transmitir potência num dado instante. Assim, é possível aproveitar apenas a região do máximo da relação de transmissão de cada elemento, obtendo uma relação de transmissão global aproximadamente constante. Nesta secção não serão calculados os desfasamentos entre os mecanismos em paralelo necessários para a obtenção do comportamento descrito.

Como termo de comparação, define-se $i = 0,45$. Assim, para o sentido positivo, tem-se:

$$i_{m\acute{a}x,pos} = 0,45$$

Através da equação (8), é possível calcular qual o valor do parâmetro geométrico necessário para a transmissão cumprir com a premissa:

$$0,45 = \frac{1}{a_{pos} - 1}$$

$$a_{pos} = 3,222$$

Com a equação (17), é possível calcular o valor do indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$, obtendo-se como resultado, aproximadamente:

$$\alpha_{95\%,pos} = 2 \cos^{-1} \frac{0,95 \left(\frac{3,222^2 + 1}{3,222 - 1} \right) + 1}{3,222 + \frac{1,9 \times 3,222}{3,222 - 1}}$$

$$\alpha_{95\%,pos} \approx 0,3862$$

Este valor do indicador da qualidade dá a informação de qual o ângulo para o qual a relação de transmissão é superior a 95% do seu máximo. Assim, é possível obter o número de mecanismos em paralelo a montar:

$$n_{TVC,pos} = \frac{2\pi}{\alpha_{95\%,pos}} \approx 16,27 \approx 17$$

Conclui-se, então, que para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre serão necessários montar 17 elementos em paralelo para se obter uma relação de transmissão que varia entre 0,4275 e 0,45. Este comportamento é apresentado no gráfico 3.9.

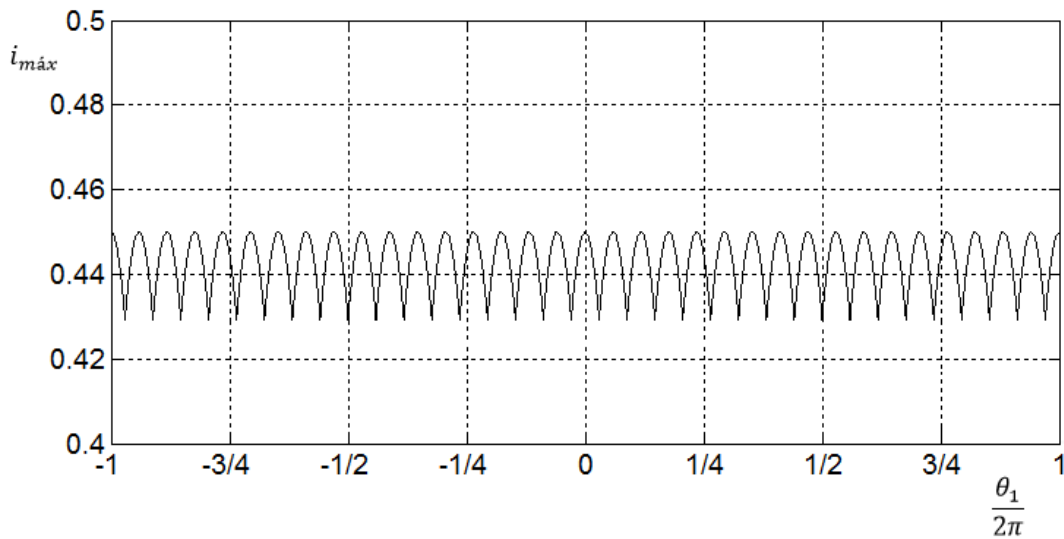


Gráfico 3.9 - Comportamento da TVC no sentido positivo com 17 elementos montados em paralelo, para uma relação de transmissão máxima de 0,45.

Para o sentido negativo, e mantendo o termo de comparação, tem-se:

$$i_{máx,neg} = 0,45$$

Através da equação (9), é possível calcular qual o valor do parâmetro geométrico necessário para a transmissão cumprir com a premissa:

$$0,45 = \frac{1}{a_{neg} + 1}$$

$$a_{neg} = 1,222$$

Com a equação (24), é possível calcular o valor do indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$, obtendo-se como resultado, aproximadamente:

$$\alpha_{95\%,neg} = 2 \left(\pi - \cos^{-1} \frac{0.95 \left(\frac{1,222^2 + 1}{1,222 - 1} \right) + 1}{1,222 + \frac{1,9 \times 1,222}{1,222 - 1}} \right)$$

$$\alpha_{95\%,neg} \approx 2,3770$$

Este valor do indicador da qualidade dá a informação de qual o ângulo para o qual a relação de transmissão é superior a 95% do seu máximo. Assim, é possível obter o número de mecanismos em paralelo a montar:

$$n_{TVC,neg} = \frac{2\pi}{\alpha_{95\%,neg}} \approx 2,64 \approx 3$$

Conclui-se, então, que para o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre serão necessários montar 3 elementos em paralelo para se obter uma relação de transmissão que varia entre 0,4275 e 0,45. Este comportamento é apresentado no gráfico 3.10.

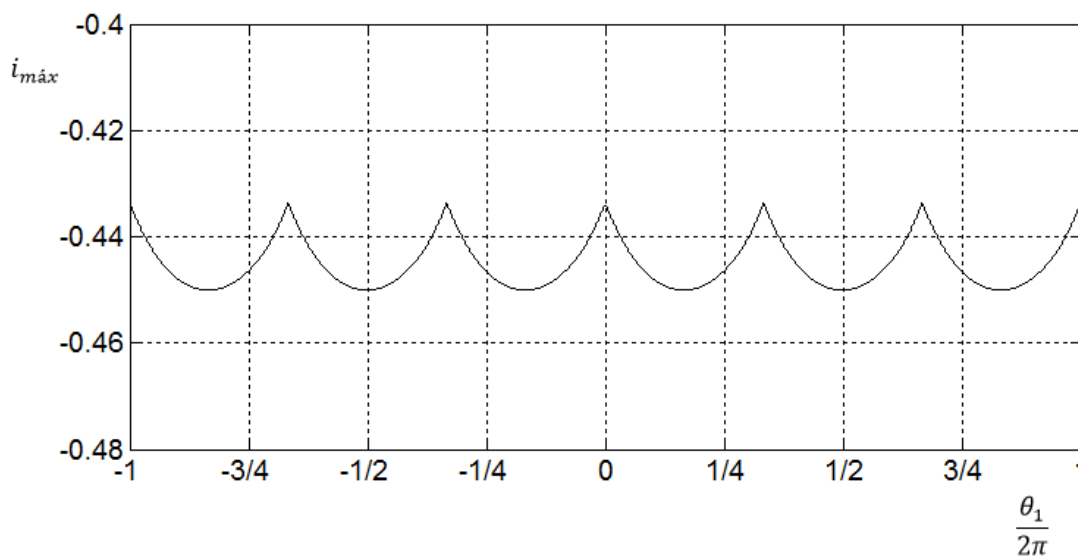


Gráfico 3.10 - Comportamento da TVC no sentido negativo com 3 elementos montados em paralelo, para uma relação de transmissão máxima de 0,45.

Com os cálculos apresentados, pode concluir-se que o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre é mais eficaz, pois são necessários menos elementos em paralelo para se obter o mesmo resultado. Pode ainda concluir-se que quanto maior for o valor do indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$, melhor será a performance do mecanismo, pois menos elementos em paralelo serão necessários montar para se obter a mesma gama de funcionamento.

3.2.4. Associação em série com trem de engrenagens

De modo a resolver a principal desvantagem da montagem da roda-livre no sentido negativo, será estudada a hipótese de montagem em série com a TVC de um trem de engrenagens que permita o aumento da relação de transmissão obtida pelo conjunto. Assim, será possível explorar todas as potencialidades desta nova TVC. Para tal e a título de exemplo, define-se uma gama de funcionamento para a TVC: a relação de transmissão varia entre 1 e 10.

$$\begin{cases} i_{TVC,min} = 1 \\ i_{TVC,max} = 10 \end{cases}$$

De modo a averiguar se existe alguma vantagem em montar o trem de engrenagens em série com a TVC, comparar-se-á a solução TVC com mecanismo roda-livre no sentido negativo montada em série com trem de engrenagens com a TVC com mecanismo roda-livre montado no sentido positivo.

Para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre, o parâmetro geométrico a tem de variar numa determinada gama de valores, de forma a cumprir com a gama de funcionamento definida anteriormente. Através da equação 8 e tendo em conta a gama de relações de transmissão, é possível calculá-la, obtendo-se:

$$1,1 \leq a_{pos} \leq 2$$

Analisando os gráficos 3.7 e 3.8, conclui-se que o caso mais desfavorável para o indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$ se obtém para o menor valor do parâmetro geométrico. Para estes valores do parâmetro geométrico a_{pos} , o caso mais desfavorável é $a_{pos} = 1,1$. Assim, é possível calcular qual o valor do indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$ para $a_{pos} = 1,1$, usando a equação (17):

$$\alpha_{95\%,pos} = 2 \cos^{-1} \frac{0,95 \left(\frac{1,1^2 + 1}{1,1 - 1} \right) + 1}{1,1 + \frac{1,9 \times 1,1}{1,1 - 1}} \approx 0,0426$$

É agora possível calcular o número de elementos em paralelo a serem montados, de forma a conseguir uma relação de transmissão aproximadamente constante.

$$n_{TVC,pos} = \frac{2\pi}{\alpha_{95\%,pos}} \approx \frac{2\pi}{0,0426} \approx 147,5 \approx 148$$

Para o sentido positivo de montagem do mecanismo roda-livre, serão necessários 148 elementos montados em paralelo para se obter uma gama de relações de transmissão entre 1 e 10, com uma variação inferior a 5% do valor da relação de transmissão requerido.

Para o sentido negativo de montagem do mecanismo roda-livre montado em série com um trem de engrenagens, é necessário definir uma gama de funcionamento da TVC. Com esta gama de funcionamento definida é então possível determinar qual a relação de transmissão terá o trem de engrenagens, de modo a que a relação de transmissão global varie entre 1 e 10. Define-se como limite superior de funcionamento para a TVC a relação de transmissão $i_{TVC} = 0,45$. Assim, pode calcular-se qual a relação de transmissão do trem de engrenagens através da equação (25):

$$i_{Global} = i_{TVC} \times i_{TE} \quad (25)$$

Particularizando a equação (25) para o caso em estudo, obtém-se:

$$\begin{aligned} 10 &= 0,45 \times i_{TE} \\ i_{TE} &= 22,22 \end{aligned}$$

Para se obter qual o limite inferior de funcionamento da TVC para o exemplo apresentado é necessário utilizar a equação (25). Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} i_{Global} &= i_{TVC} \times i_{TE} \\ 10 &= i_{TVC,inf} \times 22,22 \\ i_{TVC,inf} &= 0,045 \end{aligned}$$

Com um trem de engrenagens com relação de transmissão $i_{TE} = 22,22$, a TVC funciona numa gama de relações de transmissão $0,045 \leq i_{TVC} \leq 0,45$. Assim, através da equação 9, o parâmetro geométrico está compreendido entre $1,22 \leq a_{neg} \leq 21,22$, justificado pelos cálculos a seguir apresentados:

$$\begin{cases} i_{máx} = 0,45 = \frac{1}{a_{inf} + 1} \\ i_{máx} = 0,045 = \frac{1}{a_{sup} + 1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{inf} \approx 1,22 \\ a_{sup} \approx 21,22 \end{cases}$$

Através dos gráficos 3.7 e 3.8, conclui-se que o caso mais desfavorável para o sentido negativo da relação de transmissão, para o indicador da qualidade $\alpha_{95\%}$, é o valor superior do parâmetro geométrico a . Assim, usando a equação (24), têm-se:

$$\alpha_{95\%,neg} \approx 0,6800$$

É então possível calcular o número de elementos em paralelo a serem montados, de forma a conseguir uma relação de transmissão aproximadamente constante.

$$n_{TVC,neg} = \frac{2\pi}{\alpha_{95\%,neg}} \approx \frac{2\pi}{0,6800} \approx 9,24 \approx 10$$

Conclui-se, assim, que para o sentido negativo de transmissão montado em série com um trem de engrenagens com relação fixa de transmissão $i_{TE} = 22,22$, com a TVC a funcionar na gama de relações de transmissão $0,045 \leq i_{TVC} \leq 0,45$, serão necessários 10 elementos da TVC montado em paralelo para permitir um funcionamento com variação inferior a 5% da relação de transmissão requerido.

Ao comparar os valores obtidos, é possível perceber que matematicamente é mais vantajoso utilizar a montagem em série da TVC no sentido negativo com o trem de engrenagens do que apenas a TVC no sentido positivo, pois são necessários substancialmente menos elementos montados em paralelo para obter a gama de funcionamento requerida. De realçar que este é um estudo matemático e não são tidos em conta quaisquer constrangimentos mecânicos nas montagens apresentadas.

TVC manivela-corrediça de dois estágios

Neste capítulo serão exploradas as características cinemáticas da TVC manivela-corrediça de dois estágios. À semelhança do capítulo anterior, os cálculos matemáticos foram realizados com a ajuda da plataforma *online* Wolfram Alpha, disponível em <http://www.wolframalpha.com/>, e do software *Matlab 14*, [14] e [15]. As figuras foram modeladas com recurso ao software *SolidWorks*, [16]. Todos os gráficos foram gerados pelo software *MatLab 14*, [15].

4.1. Descrição da transmissão

4.1.1. Descrição física

O mecanismo TVC manivela-corrediça de dois estágios é uma evolução do mecanismo TVC manivela-corrediça, e procura solucionar uma das desvantagens do primeiro modelo: variar a relação de transmissão sem recorrer ao reposicionamento relativo dos veios de entrada e saída.

Assim, é adicionado um veio intermédio, o veio 2. Este veio pode ver a sua posição alterada, permitindo fixar os veios de entrada e saída e aumentar o número de aplicações práticas onde esta TVC possa ser utilizada. A forma de adicionar este segundo eixo é colocar em série dois mecanismos fase 1, como representado na figura 4.1.

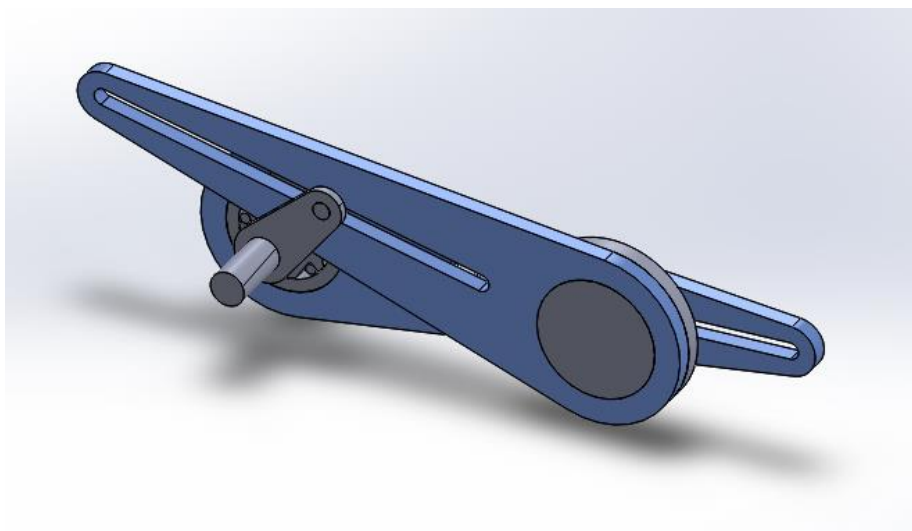


Figura 4.1 - Modelo simplificado da TVC de 2 estágios.

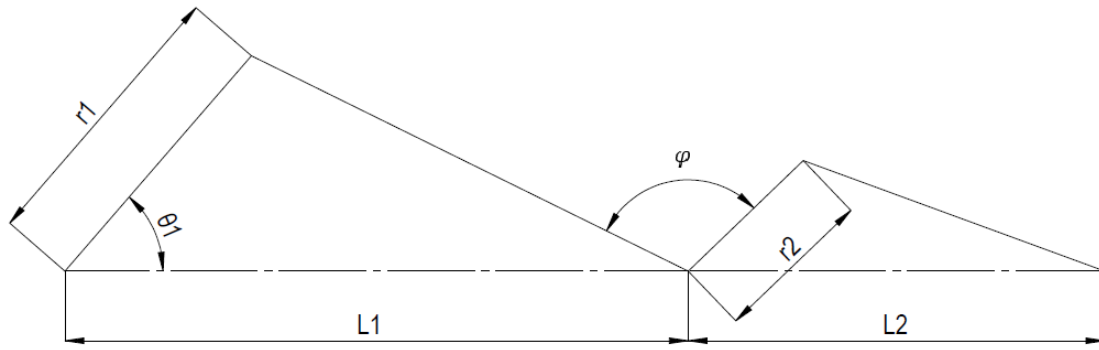


Figura 4.2 – Diagrama cinemático da TVC de 2 estágios (3 eixos coplanares).

O veio intermédio está ligado à corrediça do primeiro estágio. A ligação à corrediça do segundo estágio é feita recorrendo a um pino, similar ao utilizado no primeiro estágio. O pormenor do pino está representado na figura 4.3. De realçar que apenas é necessário um mecanismo roda-livre nesta solução. A presença do mesmo no primeiro ou no segundo estágio não será objeto de estudo neste trabalho, pelo que se optou pela montagem descritiva no segundo estágio.

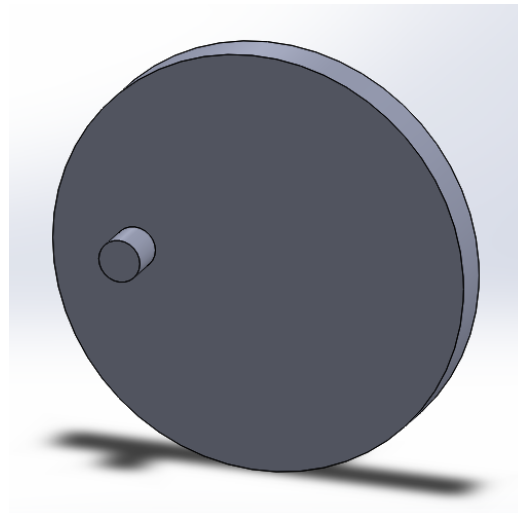


Figura 4.3 – Pino de ligação entre primeiro e segundo estágios, em pormenor.

A presença deste meio de ligação entre os estágios da TVC, gera um grau de liberdade, pois é possível alterar o posicionamento deste pino. Assim, temos o parâmetro φ , que representa o desfasamento, em radianos, entre o veio intermédio e a manivela do segundo estágio da TVC.

O parâmetro φ tem como origem a manivela do primeiro estágio, quando $\theta_1 = 0$. Assim, quando $\varphi = 0$, a manivela do segundo estágio da TVC está paralela com a corrediça do primeiro estágio. Quando $\varphi = \pi$, a manivela do segundo estágio encontra-se anti-paralela em relação à corrediça do segundo estágio. As duas situações acima descritas estão representadas na figura 4.4, à esquerda e à direita respetivamente.

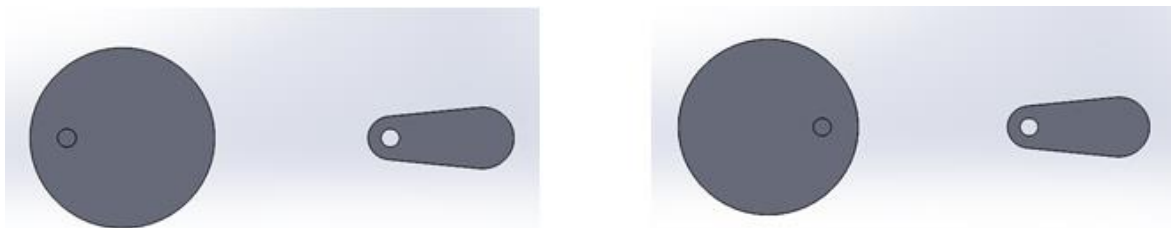


Figura 4.4 – Diferença física entre as situações $\varphi = 0$ e $\varphi = \pi$, representadas à esquerda e à direita, respetivamente.

4.1.2. Descrição matemática

Devido à montagem em série, é possível concluir que a relação entre os veios 1 e 2 (entrada e intermédio) é igual à relação entre os veios 1 e 3 (entrada e saída) da TVC manivela-corredixa. Pode-se então escrever:

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L_1 - r_1 \cos \theta_1} \right) \quad (26)$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1(L_1 \cos \theta_1 - r_1)}{L_1^2 - 2L_1 r_1 \cos \theta_1 + r_1^2} \quad (27)$$

É, ainda, possível deduzir que a relação entre o veio intermédio e o veio de saída, 2 e 3 respetivamente, é igual à relação entre os veios 1 e 3 (entrada e saída) da TVC manivela-corredixa.

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{r_2 \sin \theta'_2}{L_2 - r_2 \cos \theta'_2} \right) \quad (28)$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_2(L_2 \cos \theta'_2 - r_2)}{L_2^2 - 2L_2 r_2 \cos \theta'_2 + r_2^2} \quad (29)$$

No entanto, é necessário ter em conta uma nova variável, φ , que representa o desfasamento, em radianos, entre os mecanismos associados em série, como descrito na figura 4.4. Assim, a relação entre o mecanismo de entrada e saída é $\theta_2 + \varphi = \theta'_2$. As expressões (28) e (29) ficam, então:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{r_2 \sin(\theta_2 + \varphi)}{L_2 - r_2 \cos(\theta_2 + \varphi)} \right) \quad (30)$$

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{r_2(L_2 \cos(\theta_2 + \varphi) - r_2)}{L_2^2 - 2L_2 r_2 \cos(\theta_2 + \varphi) + r_2^2} \quad (31)$$

Conhecendo a relação entre os veios 1 e 2, e a relação entre os veios 2 e 3 é, então, possível determinar a relação entre os veios 1 e 3. Substituindo na equação (30) a expressão (26), fica-se com:

$$\theta_3 = \tan^{-1} \left(\frac{r_2 \sin \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L_1 - r_1 \cos \theta_1} \right) \right)}{L_2 - r_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L_1 - r_1 \cos \theta_1} \right) \right)} \right)$$

Substituindo na expressão (31) a expressão (27), fica-se com:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{r_1(L_1 \cos \theta_1 - r_1)}{L_1^2 - 2L_1 r_1 \cos \theta_1 + r_1^2} \frac{r_2(L_2 \cos(\theta_2 + \varphi) - r_2)}{L_2^2 - 2L_2 r_2 \cos(\theta_2 + \varphi) + r_2^2} \quad (32)$$

Para se obter uma expressão que relaciona as condições de entrada com as condições de saída, combinam-se as expressões (32) e (26):

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{r_1(L_1 \cos \theta_1 - r_1)}{L_1^2 - 2L_1 r_1 \cos \theta_1 + r_1^2} \frac{r_2 \left(L_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L_1 - r_1 \cos \theta_1} \right) \right) - r_2 \right)}{L_2^2 - 2L_2 r_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{r_1 \sin \theta_1}{L_1 - r_1 \cos \theta_1} \right) \right) + r_2^2} \quad (33)$$

A equação (33) relaciona as velocidades de rotação do veio de entrada e saída com a posição angular da manivela e com as características geométricas do mecanismo, entre elas a posição relativa entre os dois estágios do mesmo.

Para facilitar a análise da equação obtida, serão definidos dois parâmetros geométricos, a_1 e a_2 , que representam a razão entre L_1 e r_1 e a razão entre L_2 e r_2 , respetivamente. Assim, $a_1 = \frac{L_1}{r_1}$ e $a_2 = \frac{L_2}{r_2}$, pelo que $L_1 = a_1 r_1$ e $L_2 = a_2 r_2$. Substituindo os parâmetros geométricos definidos na equação 33, obtém-se:

$$\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{a_1 \cos \theta_1 - 1}{a_1^2 + 1 - 2a_1 \cos \theta_1} \frac{a_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{a_2^2 + 1 - 2a_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)} \quad (34)$$

Como foi referido anteriormente, define-se como relação de transmissão a razão entre a velocidade de rotação do veio de saída e entrada. Assim, fica-se com:

$$i = \frac{\omega_3}{\omega_1} \quad (35)$$

Combinando as expressões (34) e (35), obtém-se a expressão que relaciona a relação de transmissão em função da posição angular da manivela do primeiro membro e do desfasamento entre membros.

$$i = \frac{a_1 \cos \theta_1 - 1}{a_1^2 + 1 - 2a_1 \cos \theta_1} \frac{a_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{a_2^2 + 1 - 2a_2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)} \quad (36)$$

Assim, com a equação (36) a relação de transmissão é relacionada com a posição angular da manivela, com os parâmetros geométricos a_1 e a_2 e com o desfasamento entre os mecanismos em série, φ . Com esta informação é possível estudar graficamente a variação da relação de transmissão, que será explorada na secção seguinte.

4.2. Exploração de resultados

O funcionamento deste mecanismo está dependente de três variáveis: a_1 , a_2 e φ . Os parâmetros geométricos a_1 e a_2 dizem respeito ao primeiro e segundo estágio, respetivamente, e o desfasamento φ é o afastamento angular entre o veio intermédio e a manivela do segundo trem da TVC.

Devido ao número de variáveis em jogo, opta-se por se estudar cada uma delas em separado, mantendo as restantes constantes. Assim, consegue-se estudar passo a passo a influência das três variáveis em jogo e, no final da exploração matemática das expressões obtidas, teremos vários exemplos de arranjos geométricos da TVC.

As situações apresentadas de seguida representam situações onde não são tomados em consideração constrangimentos geométricos, ou seja, parte-se do princípio que o mecanismo funciona de forma a permitir variar de forma independente todas as variáveis.

4.2.1. Efeito do desfasamento, φ

Como ponto de partida para a exploração da TVC de 2 estágios, considera-se:

$$a_1 = a_2 = 2$$

Assim, a expressão que representa a variação da relação de transmissão, fica:

$$i = \frac{2 \cos \theta_1 - 1}{5 - 4 \cos \theta_1} \frac{2 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{2 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{5 - 24 \cos \left(\varphi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{2 - \cos \theta_1} \right) \right)} \quad (37)$$

Com a expressão (37) é possível representar graficamente o comportamento da relação de transmissão para diferentes valores do desfasamento. Assim, o gráfico 4.1 representa este comportamento para desfasamentos de 0° , 45° , 90° e 180° . Estes desfasamentos encontram-se entre 0° e 180° pois devido ao comportamento da função cosseno, todos os casos matematicamente possíveis estão contidos neste intervalo.

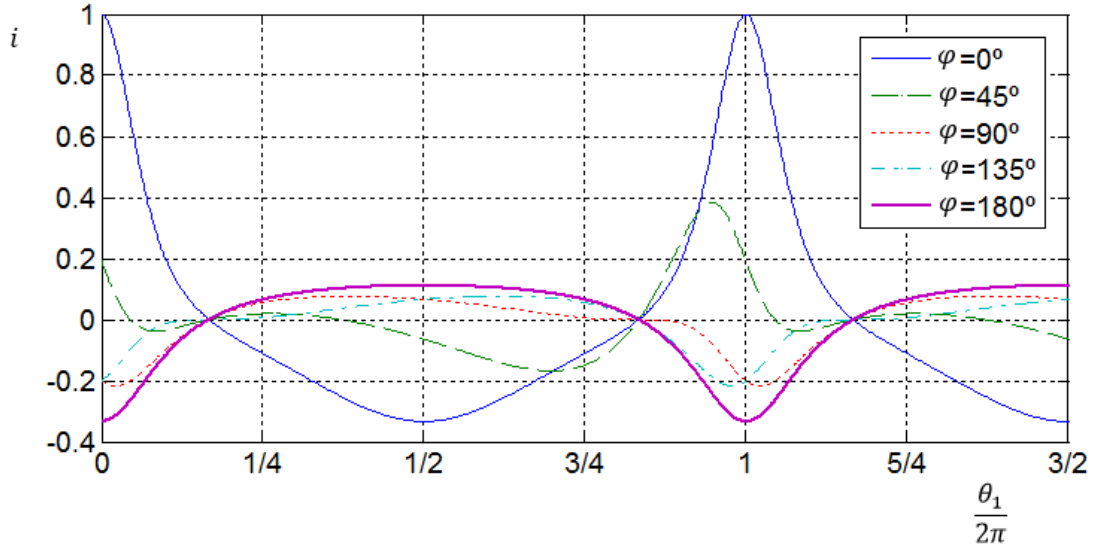


Gráfico 4.1 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a_1 = a_2 = 2$.

Do ponto de vista cinético, uma grande variação no sinal da curva que representa a relação de transmissão não é recomendável, pois aumenta o esforço a que o mecanismo está sujeito. Do ponto de vista cinemático, este fato também não é interessante pois diminui a amplitude do movimento transmitido entre os dois estágios da TVC. Isto porque aumenta o número de vezes que o mecanismo roda-livre é solicitado, aumentando a amplitude de movimento sem potência transmitida entre estágios devido à histerese da roda-livre. Assim, apenas serão consideradas duas situações distintas para o desfaseamento: $\varphi = 0^\circ$ e $\varphi = 180^\circ$.

4.2.2. Efeito do parâmetro geométrico do primeiro estágio, a_1

Para o estudo do efeito do parâmetro geométrico a_1 , manter-se-á o valor fixado anteriormente para a_2 . Assim:

$$a_2 = 2$$

Devido às conclusões retiradas da seção anterior, estudar-se-ão apenas dois valores para o desfaseamento. Estas duas situações são:

$$\begin{aligned}\varphi &= 0^\circ \\ \varphi &= 180^\circ\end{aligned}$$

Primeiramente, estuda-se a situação para a qual $\varphi = 0^\circ$ e $a_2 = 2$. Assim, a expressão que representa a variação da relação de transmissão, fica:

$$i = \frac{a_1 \cos \theta_1 - 1}{a_1^2 + 1 - 2a_1 \cos \theta_1} \frac{2 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{5 - 4 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)} \quad (38)$$

De seguida, é apresentado o gráfico 4.2, que descreve a relação de transmissão para cinco valores distintos de a_1 , sendo estes 1,5, 2, 5, 10 e 100.

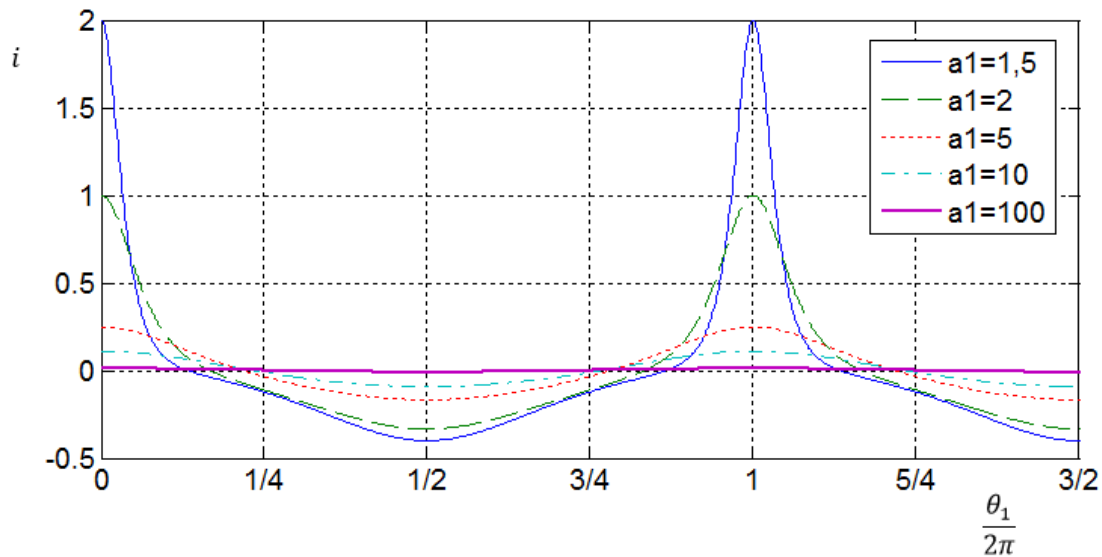


Gráfico 4.2 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a_2 = 2$ e $\varphi = 0^\circ$.

Através do gráfico 4.2 é possível perceber que, para o caso estudado, quando $a_1 = 100$ ocorre uma situação similar à TVC de um estágio: do ponto de vista de transmissão de potência, este mecanismo é ineficaz. No entanto permite um controlo muito preciso da posição do segundo estágio da transmissão.

Estuda-se agora a situação para a qual $\varphi = 180^\circ$, mantendo $a_2 = 2$. Assim, a expressão que representa a variação da relação de transmissão, fica:

$$i = \frac{a_1 \cos \theta_1 - 1}{a_1^2 + 1 - 2a_1 \cos \theta_1} \frac{a_2 \cos \left(\pi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{a_2^2 + 1 - 2a_2 \cos \left(\pi + \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)} \quad (39)$$

O gráfico 4.3 descreve a relação de transmissão para cinco valores distintos de a_1 , sendo estes 1,5, 2, 5, 10 e 100.

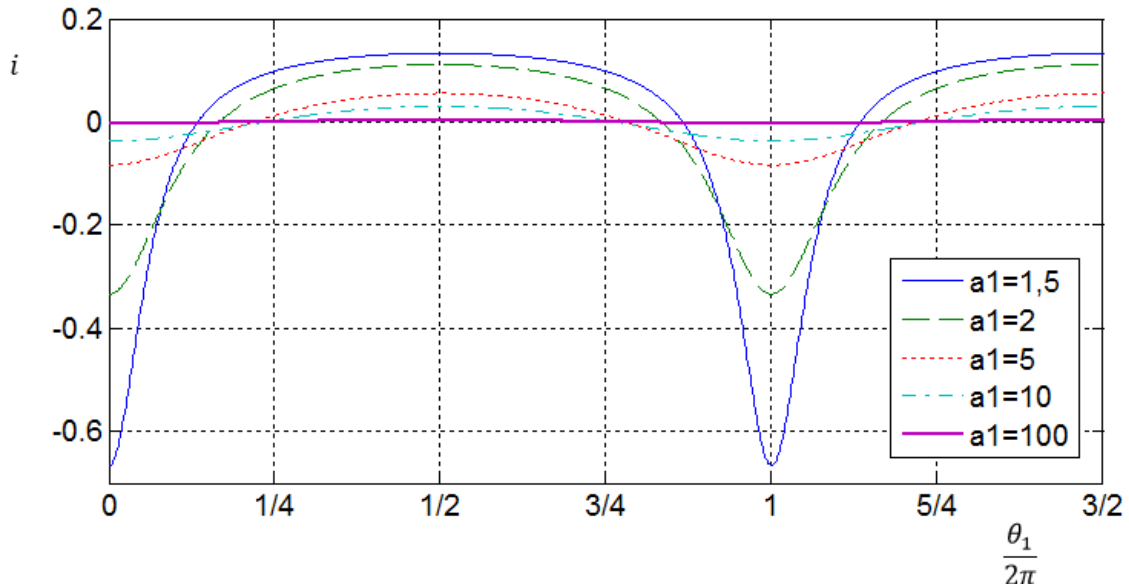


Gráfico 4.3 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a_2 = 2$ e $\varphi = 180^\circ$.

Através dos gráficos acima apresentados é possível perceber que, para o caso estudado, quando $a_1 = 100$ ocorre uma situação similar à TVC de um estágio e para $\varphi = 0^\circ$: do ponto de vista de transmissão de potência, este mecanismo é ineficaz. No entanto permite um controlo muito preciso da posição do segundo estágio da transmissão.

4.2.3. Efeito do parâmetro geométrico do segundo estágio, a_2

De forma análoga à situação anterior, de modo a analisar o efeito do parâmetro geométrico a_2 , fixa-se:

$$a_1 = 2$$

De igual modo, o desfasamento também tomará os valores considerados anteriormente:

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\varphi = 180^\circ$$

A primeira situação a estudar é para o desfasamento nulo. Assim, a expressão que representa a variação da relação de transmissão, fica:

$$i = \frac{2 \cos \theta_1 - 1}{5 - 4 \cos \theta_1} \frac{a_2 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{a_2^2 + 1 - 2a_2 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)}$$

De seguida, é apresentado o gráfico 4.4, que descreve a relação de transmissão para cinco valores distintos de a_2 , sendo estes 1,5, 2, 5, 10 e 100.

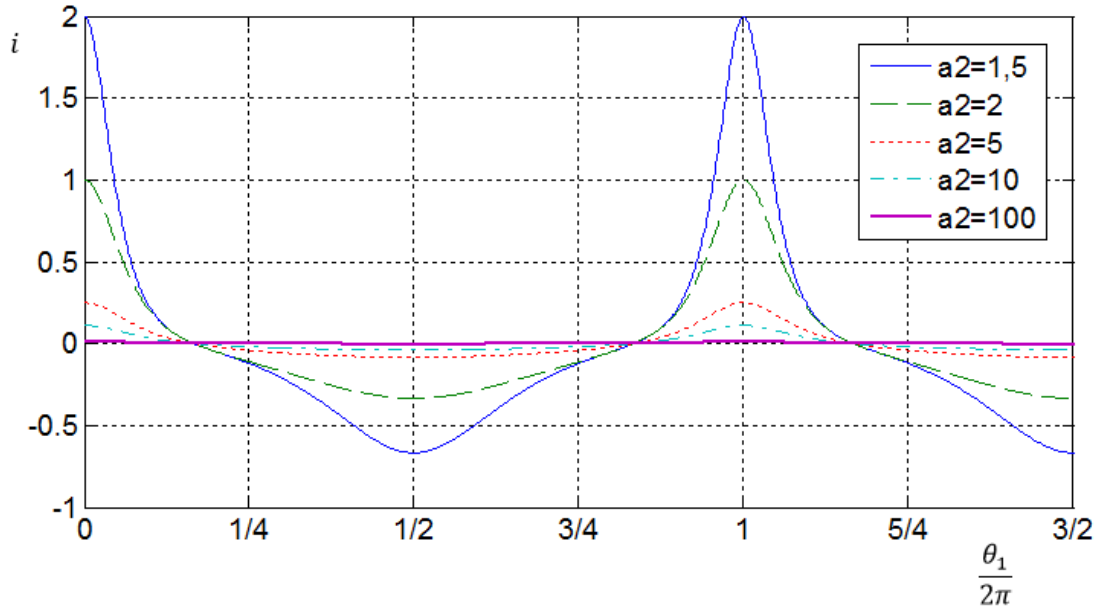


Gráfico 4.4 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a_1 = 2$ e $\varphi = 0^\circ$.

A segunda situação a estudar é para o desfasamento $\varphi = 180^\circ$. Assim, a expressão que representa a variação da relação de transmissão, fica:

$$i = \frac{2 \cos \theta_1 - 1}{5 - 4 \cos \theta_1} \frac{a_2 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right) - 1}{a_2^2 + 1 - 2a_2 \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta_1}{a_1 - \cos \theta_1} \right) \right)}$$

De seguida, é apresentado o gráfico 4.5, que descreve a relação de transmissão para cinco valores distintos de a_2 , sendo estes 1,5, 2, 5, 10 e 100.

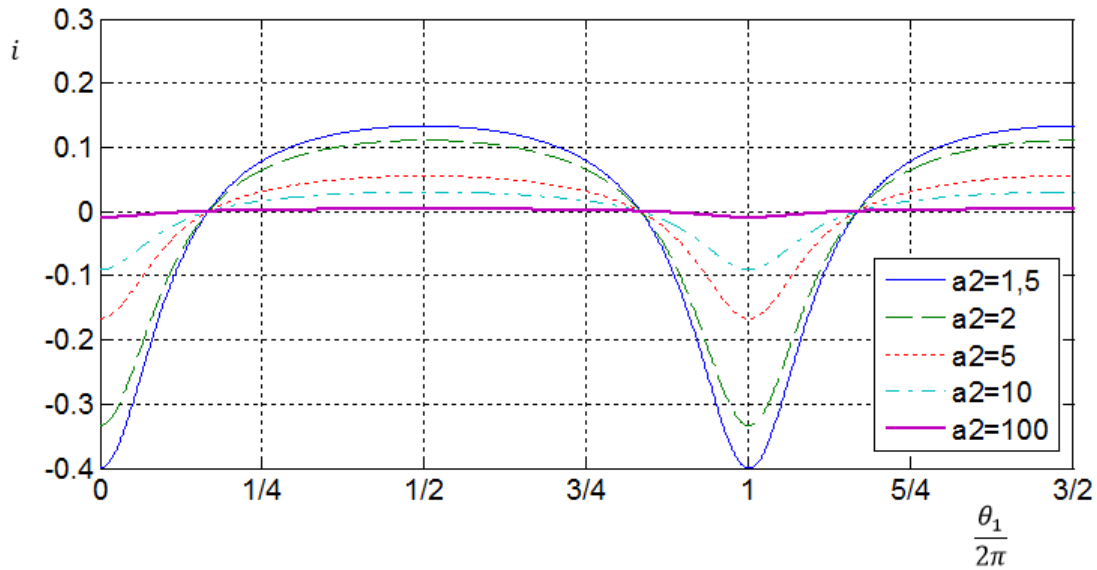


Gráfico 4.5 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $a_1 = 2$ e $\varphi = 180^\circ$.

À semelhança do ocorrido nos casos anteriores, é possível perceber que quando $a_1 = 100$ e do ponto de vista de transmissão de potência, este mecanismo é ineficaz. No entanto permite um controlo muito preciso da posição do segundo estágio da transmissão.

4.2.4. Compilação de resultados

Nesta secção, serão apresentados uma compilação de resultados do comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para vários valores das suas três variáveis.

Os gráficos apresentados estão divididos em grupos, consoante o desfaseamento é igual a 0 ou π . Dentro destes dois grupos e para cada valor de a_1 , dentro do conjunto 1,5, 2, 5 e 10, o parâmetro geométrico a_2 varia dentro do conjunto 1,5, 2, 5 e 10, em cada gráfico.

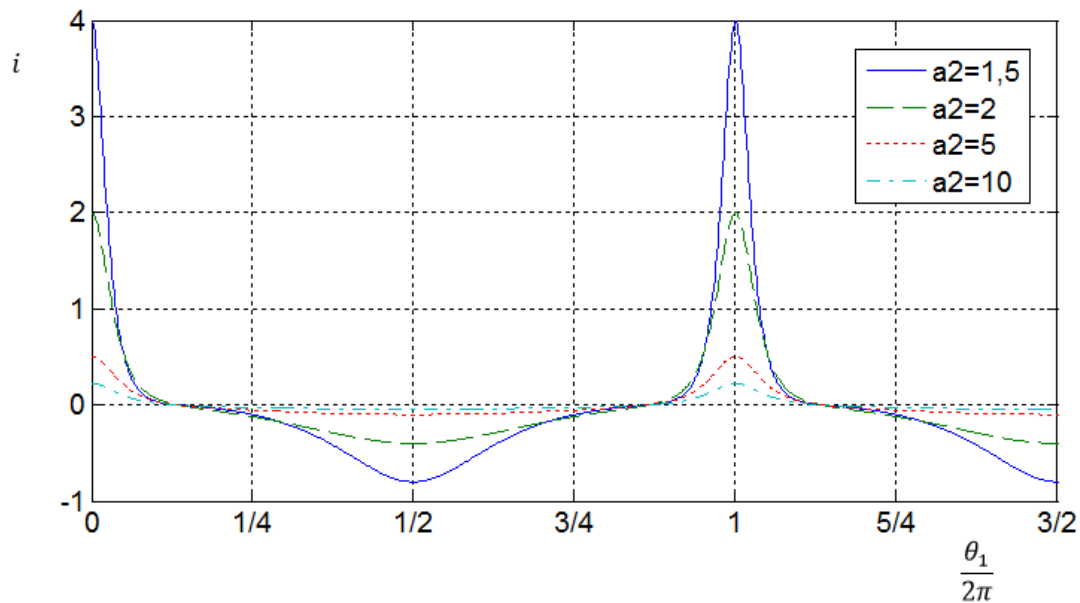


Gráfico 4.6 – Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a_1 = 1,5$.

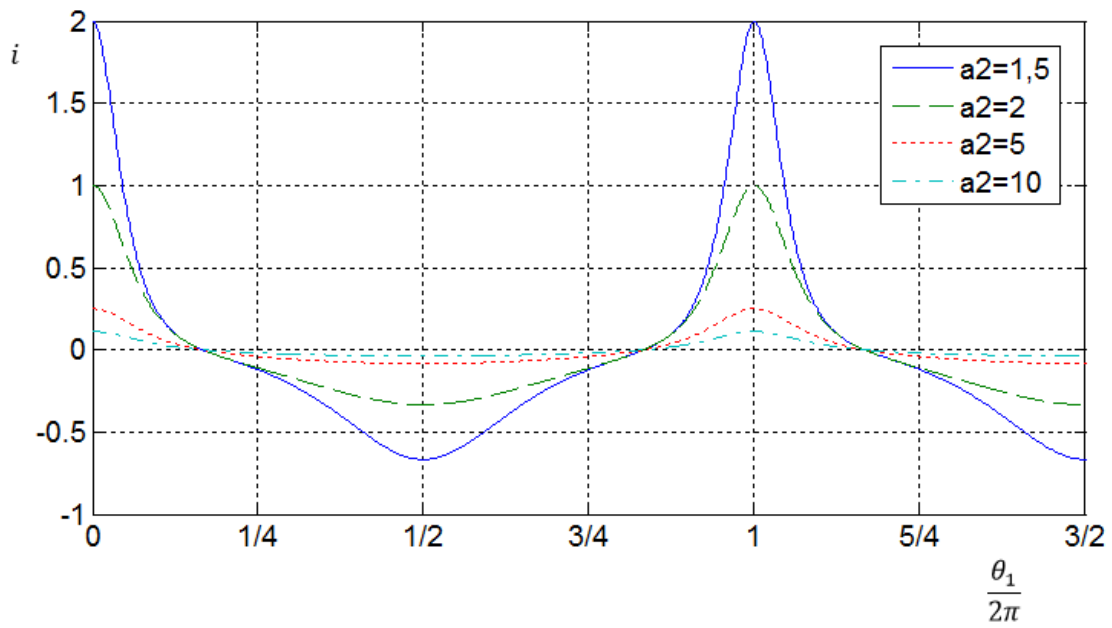


Gráfico 4.7 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a_1 = 2$.

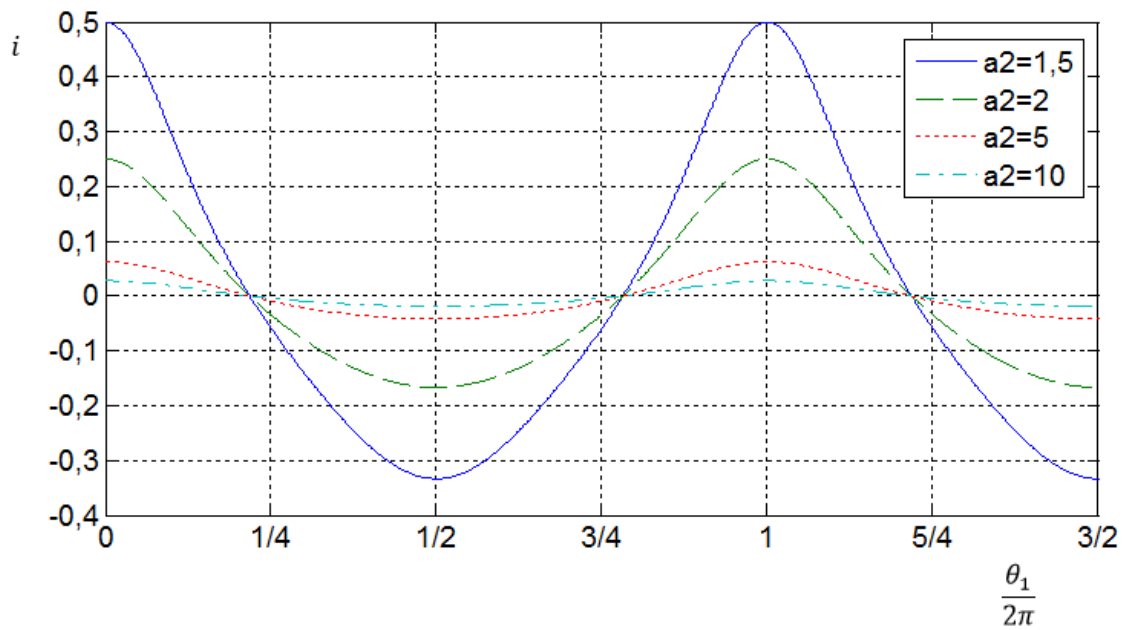


Gráfico 4.8 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a_1 = 5$.

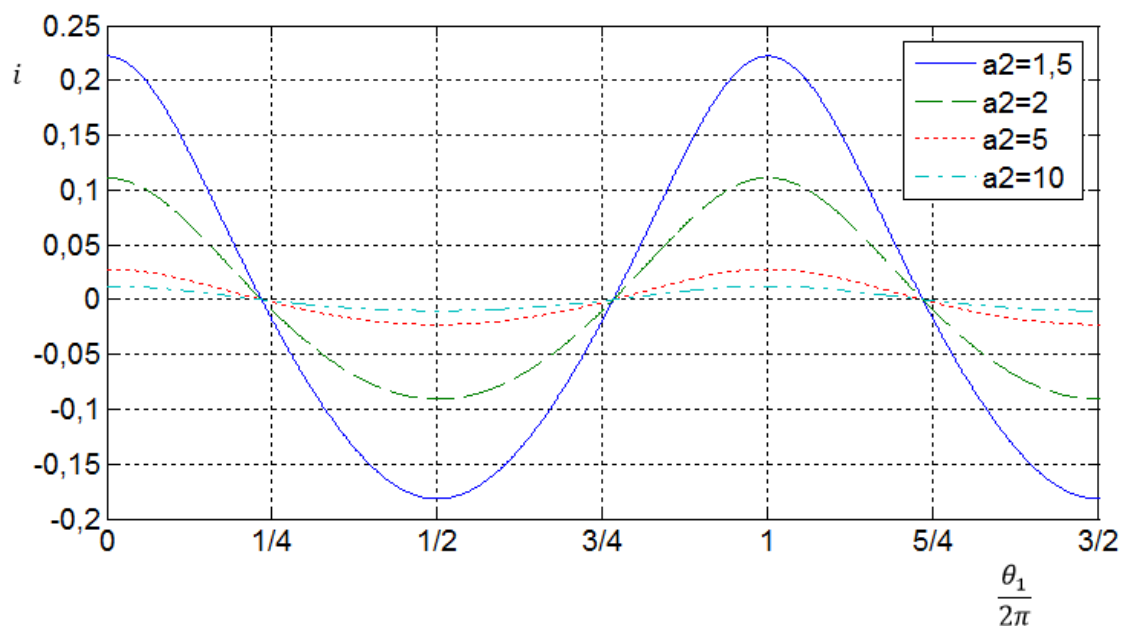


Gráfico 4.9 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = 0$ e $a_1 = 10$.

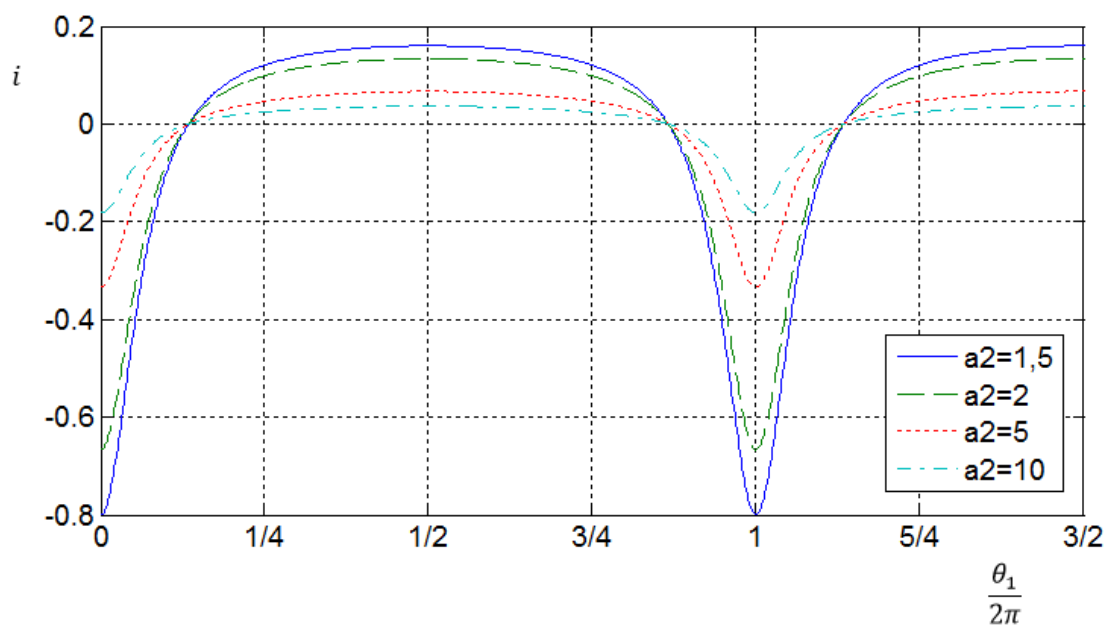


Gráfico 4.10 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a_1 = 1,5$.

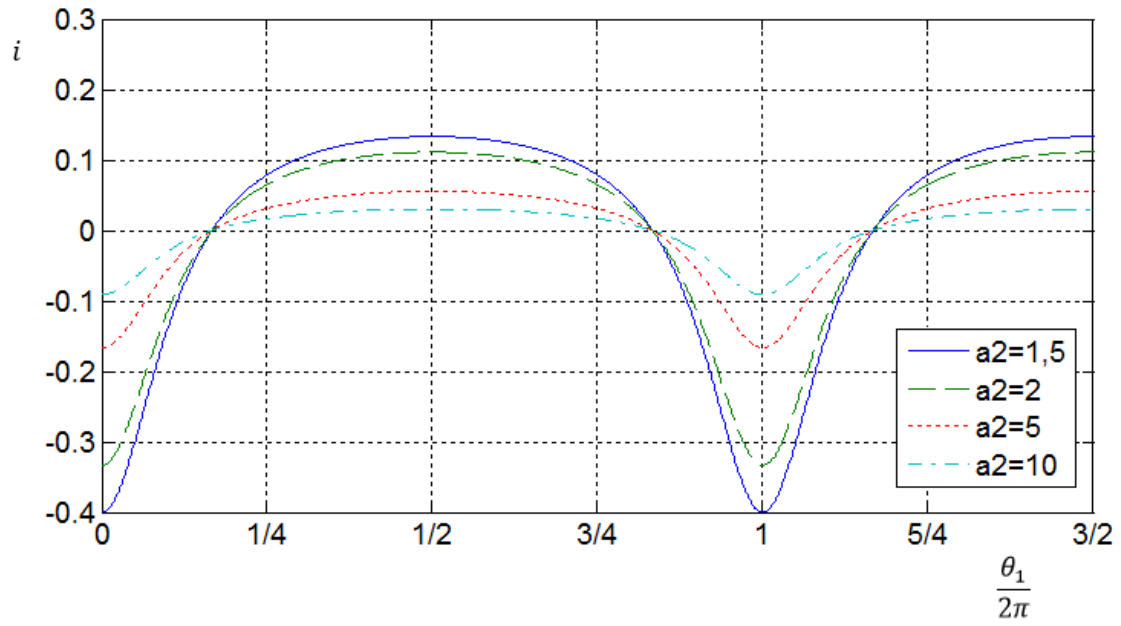


Gráfico 4.11 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a_1 = 2$.

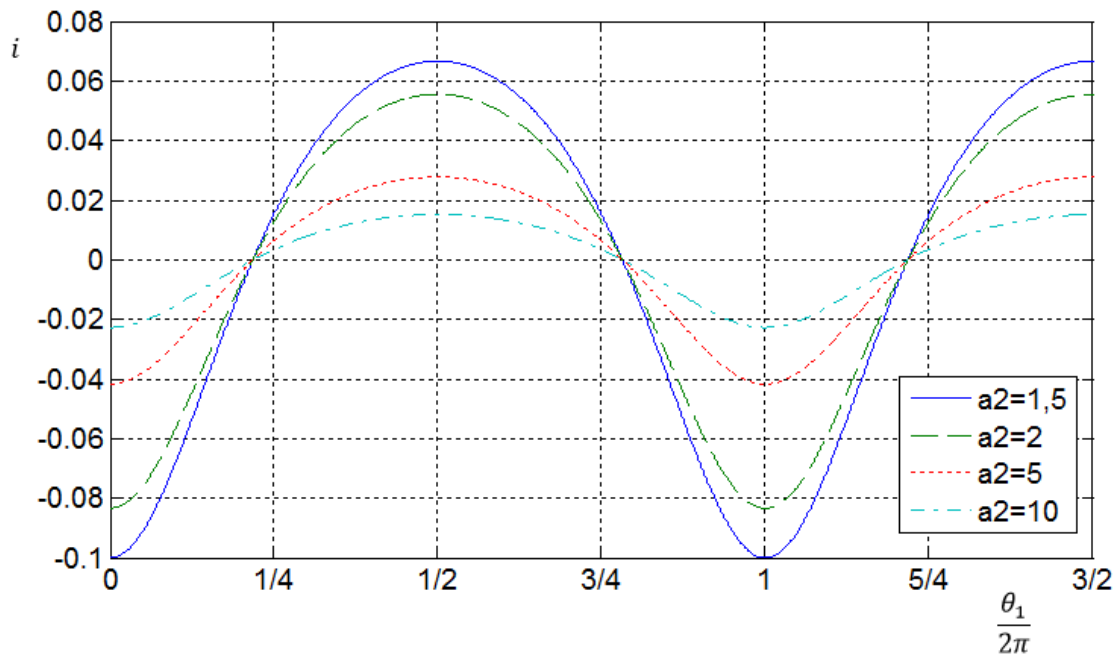


Gráfico 4.12 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a_1 = 5$.

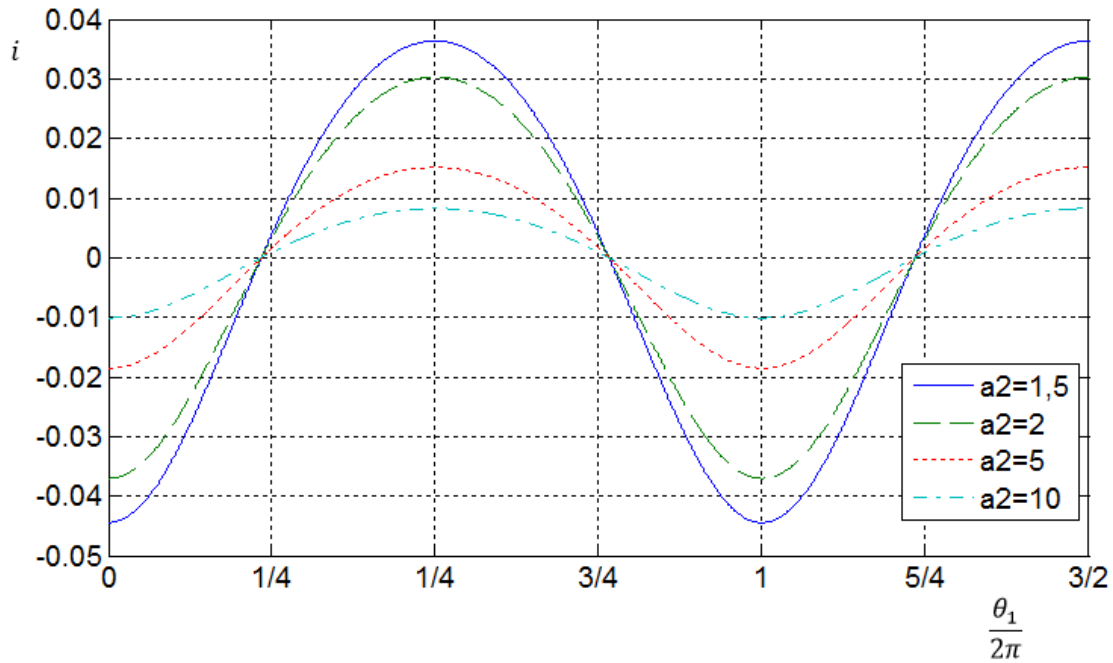


Gráfico 4.13 - Comportamento da relação de transmissão em função da posição da manivela do primeiro estágio, para $\varphi = \pi$ e $a_1 = 10$.

Com a informação dada pelos gráficos acima apresentados, é possível perceber que para valores baixos de a_1 e a_2 , a relação de transmissão varia de forma idêntica à TVC de um estágio e existe uma grande variação consoante o desfasamento é 0 ou π . Já quando os valores de a_1 e a_2 são mais elevados, para os casos apresentados são maiores ou iguais a 5, as diferenças entre a parte positiva e negativa da relação de transmissão são mais suaves bem como as diferenças entre os máximos da relação de transmissão para cada conjunto dos parâmetros geométricos, a_1 , a_2 e φ . Esta informação é coerente com os dados obtidos pelo estudo da TVC de um estágio, onde a variação do parâmetro geométrico vai diminuindo com o aumento do parâmetro geométrico a .

Capítulo 5

Aplicação industrial

Neste capítulo, são apresentados os elementos secundários que permitem que esta transmissão tenha o funcionamento pretendido. Entre os quais encontram-se os rolamentos roda-livre, onde se enunciam os tipos mais comuns e suas características mecânicas.

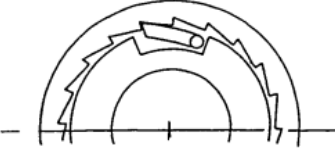

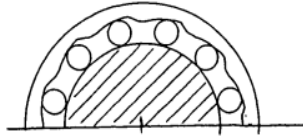
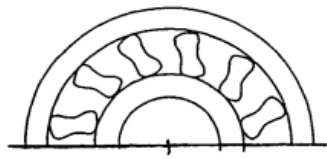
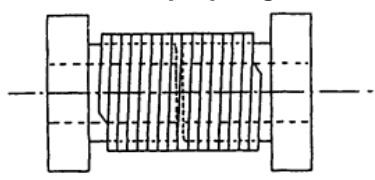
Uma roda-livre, do inglês *freewheel* ou *one-way clutch* é um dispositivo que transmite binário num sentido, mas desconecta no outro. O exemplo mais comum e simples é o carreto de uma bicicleta, que permite que o ciclista pare de pedalar com a bicicleta em movimento, [17].

O mecanismo em estudo neste trabalho pode requerer um dispositivo deste tipo pois, devido à sua geometria, o veio de saída tem movimento em ambos os sentidos de rotação, como foi explorado nos capítulos anteriores. Poderão existir aplicações em que este tipo de movimento possa ser interessante, como em dispositivos cujo objetivo é gerar vibrações. Nestes casos, o uso de um mecanismo roda-livre deve ser ignorado.

Pensando nesta TVC como meio de transmitir potência e movimento a um veio, este apenas poderá permitir a rotação num só sentido. Assim, é imperativo o uso de um dispositivo deste género. Existem vários tipos de mecanismos roda-livre: *ratchet and pawl*, *locking roller*, *locking needle roller*, *sprag clutch* e *wrap spring*.

De seguida, apresenta-se a tabela 5.1, que descreve e apresenta as principais características dos diversos tipos de mecanismos roda-livre.

Tabela 5.1 – Tabela descritiva de alguns tipos de mecanismos roda-livre e suas características especiais. Adaptado de [17].

Tipo	Descrição	Características Especiais
<p><i>Ratchet and pawl</i></p> 	<p>Molas de aço obrigam <i>pawls</i> a engatar nos dentes <i>ratchet</i>. (molas não representadas).</p>	<p>Histerese é igual ao espaçamento dos dentes. Em roda-livre é ruidoso e sofre desgaste. Baixa precisão mas baixo custo.</p>
<p><i>Locking roller</i></p> 	<p>Rolamentos rolam para cima de uma cunha, bloqueando o mecanismo. (Molas não representadas)</p>	<p>Baixo custo pois são rolamentos modificados.</p>
<p><i>Locking needle roller</i></p> 	<p>Como os <i>locking roller</i> mas as cunhas estão no anel exterior. (Molas não representadas)</p>	<p>Pode ser montado diretamente no veio. <i>Design</i> muito compacto e baixo custo.</p>
<p><i>Sprag Clutch</i></p> 	<p>Elementos com um determinado perfil montado numa jaula. Para transmitir movimento, os elementos ficam mecanicamente bloqueados entre os anéis. Para roda-livre, soltam-se com acção de molas. (Molas não representadas)</p>	<p>Capacidade mais elevada de transmitir binário, comparado com todos os tipos. Elevado custo. Pode eliminar o desgaste quando em roda-livre, usando força centrífuga para levantar os elementos.</p>
<p><i>Wrap Spring</i></p> 	<p>Atrito entre cubos e mola helicoidal obriga mola a mover-se solidária com os cubos, numa direção. Na direção contrária, a mola fica livre e permite a rotação independente dos cubos.</p>	<p>Pode ser construído em tamanhos reduzidos. Potencialmente barato mas as unidades vendidas comercialmente são dispendiosas.</p>

Devido às suas características, os mecanismos roda-livre de certo tipo têm uma gama determinada de aplicações onde apresentam bom desempenho. A tabela 5.2 relaciona os tipos de mecanismos roda-livre com as suas características mecânicas.

Tabela 5.2 – Características mecânicas de alguns tipos de mecanismos roda-livre. Adaptado de [17]..

Tipo	Binário máximo, Nm	Velocidade máxima em roda-livre	Histerese	Custo
<i>Ratchet and pawl</i>	10^3	Baixa	Baixa	Baixo
<i>Roller clutch</i>	5×10^4	Moderada	Alta	Baixo
<i>Needle roller clutch</i>	10^2	Alta	Alta	Baixo
<i>Sprag clutch</i>	10^6	Alta	Alta	Alto
<i>Wrap Spring clutch</i>	5×10^2	Baixa	Moderada	Baixo/Moderado

O gráfico representado na figura 4.1, mostra a relação aproximada entre o binário transmitido e a velocidade de roda-livre dos vários tipos de mecanismos roda-livre.

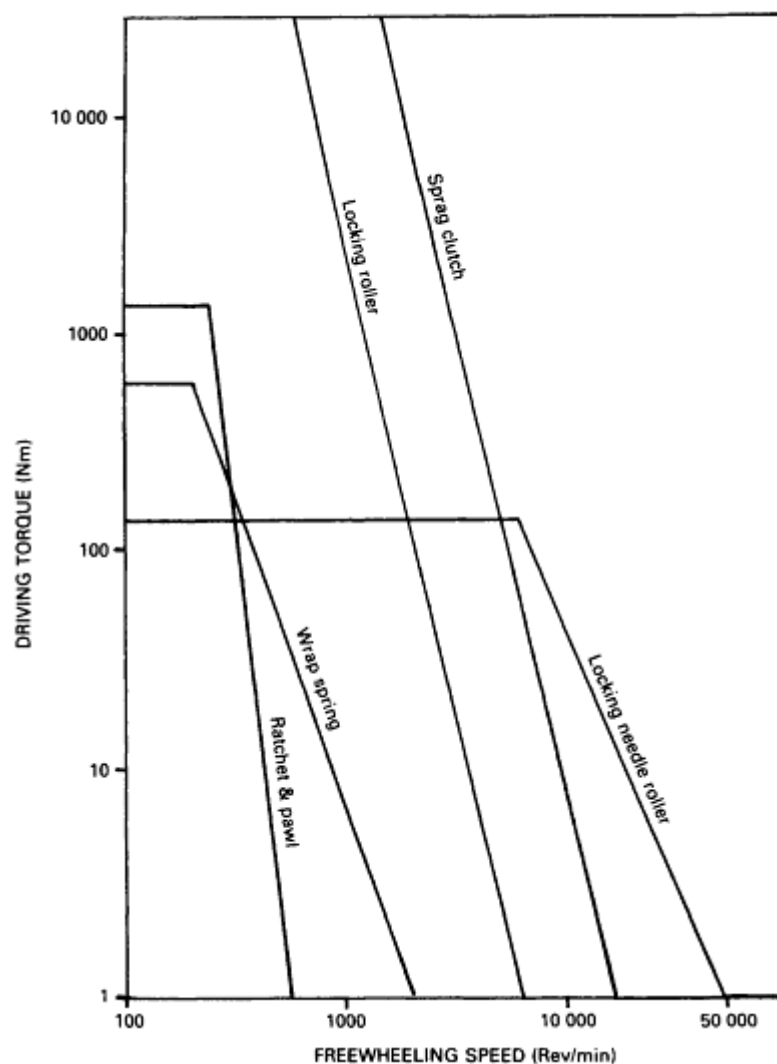


Figura 5.1 – Relação aproximada entre o binário transmitido e a velocidade máxima de roda-livre típicos para modelos disponíveis no mercado. Adaptado de [17].

Após analisar todos os dados presentes neste capítulo, os mecanismos roda-livre que melhor se adaptam às exigências desta TVC são os *Sprag Clutch* e os *Locking Roller*. Esta afirmação não é absoluta e em casos especiais, quando outros fatores como o custo possam estar envolvidos, outras soluções podem ser mais viáveis. Estas duas soluções apresentadas possuem uma histerese angular baixa enquanto conseguem transmitir binários elevados, o que é imperativo num mecanismo com as características desta transmissão. Estas roda-livres têm estas características numa gama alargada de rotações, o que aumenta o seu campo de aplicações. A maior diferença entre uma *sprag clutch* e um *locking roller* está no seu custo, com o mais elevado para a *sprag clutch*. No entanto, a *sprag clutch* permite reduzir o seu desgaste para valores próximo de zero quando em roda-livre, o que aumenta o seu tempo de vida e é interessante quando se pretende um mecanismo com um intervalo grande entre manutenções.

Concluindo, para aplicações onde se pretende uma fiabilidade elevada, o custo não é um fator decisivo e se pretende a transmissão de binários elevados com elevadas rotações por minuto (potência elevada), deve optar-se pela aplicação de uma *sprag clutch*. Quando a fiabilidade não é um fator decisivo mas o custo é, pode optar-se pelo uso de um *locking roller*.

Considerações Finais

6.1. Principais conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi o estudo cinemático de um dispositivo de variação contínua da relação de transmissão e de que forma e com que proveito este pode ser utilizado como uma transmissão. Após o estudo cinemático descrito nos capítulos anteriores, consegue afirmar-se que este mecanismo tem grandes possibilidades de ser usado como uma transmissão de variação contínua, pois apresenta qualidades que não são encontradas noutras soluções.

Em oposição a outras TVC, o funcionamento da variante analisada neste trabalho resulta de interferência mecânica e não do atrito. Isto leva a que o seu modo de funcionamento não esteja intimamente relacionado com a sua perda de energia. Efetivamente, enquanto na maioria das CVT o atrito é fundamental à transmissão de energia, na CVT em análise o atrito deve ser mantido nos valores mínimos, sem prejuízo do bom funcionamento da transmissão. Assim, a TVC apresentada pode levar a um mecanismo com potencial a ter menos perdas mecânicas por atrito, quando comparado com as soluções já existentes.

Quanto ao funcionamento cinemático, a TVC descrita neste trabalho na solução com um estágio apresenta duas características de funcionamento distintas: quando o mecanismo roda-livre é montado no sentido positivo, é possível atingir elevadas relações de transmissão mas com baixa estabilidade; quando o mecanismo roda-livre é montado no sentido negativo, é possível atingir uma estabilidade superior à custa de uma relação de transmissão limitada a 0,5. Já a configuração com dois estágios apresenta um comportamento mais difuso, não sendo clara a influência do sentido de montagem do mecanismo roda-livre no comportamento da relação de transmissão, sendo necessário um estudo mais aprofundado.

O mecanismo roda-livre é um componente de grande importância para o funcionamento deste dispositivo enquanto transmissão. Com os dados apresentados, é possível concluir que as *sprags clutches* são a melhor solução do ponto de vista mecânico, pois permitem a transmissão de binários elevados a elevada velocidade de rotação e com alta fiabilidade. No entanto é um mecanismo economicamente mais caro que a segunda opção: *locking roller*. Os *locking rollers* não permitem o mesmo desempenho que as *sprag clutches* mas são mais económicas, aumentando o seu interesse para aplicações de baixa carga. Esta análise foi feita sem ter acesso a dados matemáticos relativos à histerese dos diversos tipos de mecanismos roda-livre.

De realçar, ainda, que este tipo de transmissão necessita de uma montagem com vários elementos em série, de forma a se obter uma relação de transmissão aproximadamente constante entre o veio de entrada e o de saída. Este condicionalismo leva a um aumento da complexidade do mecanismo e aumenta também a dificuldade de implementação. Nesta situação, pode concluir-se que o recurso à montagem no sentido negativo do mecanismo roda-livre é mais favorável pois diminui o número de elementos em série a montar, de modo a se obter uma relação de transmissão com baixa variação. No entanto esta montagem está limitada a relações de transmissão até 0,5. De forma a resolver esta limitação da relação de transmissão, utiliza-se um trem de engrenagens com relação de transmissão fixa, de modo a aumentar a relação global de transmissão sem prejuízo do bom funcionamento da TVC. Com esta solução aproveitam-se as melhores características da TVC sem sofrer da limitação da relação de transmissão, que assim pode ser matematicamente ilimitada.

Reforça-se ainda a ideia de que todos os cálculos e condições apresentadas ao longo deste trabalho não entram em conta com condicionalismos de montagens ou de interferência mecânica, limitando-se a analisar matematicamente qual o comportamento das várias soluções da TVC.

6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Com o intuito de dar continuidade ao desenvolvimento desta transmissão, outros estudos noutras áreas serão necessários, bem como aprofundar o estudo na área cinemática.

De forma a complementar o estudo cinemático feito e apresentado neste documento, podem-se aplicar os indicadores da qualidade definidos para a TVC de um estágio, $i_{máx}$ e $\alpha_{95\%}$, na TVC de dois estágios, de forma a perceber quantitativamente o comportamento da TVC nesta variante. Este estudo vai ajudar a clarificar a influência do mecanismo roda-livre no comportamento desta variante, algo que não é possível prever com rigor com o estudo já efetuado. Ainda na TVC de dois estágios é necessário estudar qual o efeito da associação em paralelo de vários elementos e qual a ordem de grandeza dessa quantidade. Para este efeito e como acontece para a TVC de um estágio, é de esperar que em alguns casos o sentido de montagem do mecanismo roda-livre tenha uma grande influência no comportamento da associação em paralelo de vários dispositivos.

Quanto ao estudo cinético destes mecanismos, nada foi tido em conta pois o objetivo deste trabalho é o estudo cinemático desta família de TVC. No entanto, para melhor perceber o funcionamento destas TVC, um estudo cinético terá de ser realizado, pois dará informações sobre as forças envolvidas durante o funcionamento da TVC. Poderá ainda fornecer informações importantes quanto ao atrito que este mecanismo experimenta durante o seu funcionamento.

Por último, é necessário averiguar quantitativamente a histerese do mecanismo roda-livre. Este é uma característica fundamental no funcionamento deste mecanismo e pode ditar a viabilidade desta família de TVC em ambiente industrial. Se a histerese do mecanismo roda-livre for superior ao indicador da qualidade $\alpha_{n\%}$, o veio de saída não irá receber o movimento pretendido do veio de entrada, inviabilizando o uso deste mecanismo como uma transmissão. Caso a histerese seja inferior, este mecanismo poderá funcionar como transmissão. No entanto, esta histerese terá de ser tida em conta no cálculo do indicador da qualidade $\alpha_{n\%}$, pois irá aumentar o número de elemento em paralelo a montar para se obter um relação de transmissão global com uma determinada ondulação.

Referências Bibliográficas

- [1] [Online]. Available: <http://www.vocabulary.com/dictionary/transmission>. [Acedido em 30 agosto 2015].
- [2] N. Srivastava e I. Haque, "A review on belt and chain continuously variable transmissions (CVT): Dynamics and control," *Elsevier Ltd*, 2008.
- [3] [Online]. Available: <http://www.gizmology.net/cvt.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [4] [Online]. Available: <http://cars.about.com/od/thingsyouneedtoknow/a/CVT.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [5] [Online]. Available: <http://www.edmunds.com/car-technology/cvt-enters-the-mainstream.html?articleid=45104>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [6] [Online]. Available: <http://auto.howstuffworks.com/cvt.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [7] [Online]. Available: <http://www.f1fanatic.co.uk/2007/05/03/banned-continuously-variable-transmission-cvt/>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [8] [Online]. Available: <http://auto.howstuffworks.com/cvt2.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [9] K. T. Renius e R. Resch, "Continuously Variable Tractor Transmissions," em *Agricultural Equipment Technology Conference*, Louisville, Kentucky, USA, 2005.
- [10] K. R. Lang, "Continuously Variable Transmissions: An Overview of CVT Research Past, Present, and Future," 2000.
- [11] [Online]. Available: <http://auto.howstuffworks.com/cvt4.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [12] H. Faust e A. Linnenbrügger, *CVT Development at LuK*.
- [13] [Online]. Available: <http://cars.about.com/od/thingsyouneedtoknow/a/CVT.htm>. [Acedido em 17 janeiro 2015].
- [14] *Wolfram Alpha LLC*, Wolfram, 2015.
- [15] *MatLab R2014a*, MathWorks, Inc, 2014.
- [16] *SolidWorks Premium 2013 x64 Edition*, Dassault Systèmes, 2013.
- [17] M. J. Neale, *The Tribology Handbook*, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.